

Utilisation des droites polaires en asservissement visuel omnidirectionnel

Omnidirectional visual servoing from polar lines

H. Hadj-Abdelkader Y. Mezouar N. Andreff P. Martinet

LASMEA

24 avenue des Landais

63177 AUBIERE - FRANCE

hadj,mezouar,andreff,martinet@lasmea.univ-bpclermont.fr

Résumé

Dans cet article, nous présentons un schéma d'asservissement visuel en utilisant une nouvelle représentation de la projection des droites dans l'image fournie par une caméra omnidirectionnelle. En effet, la projection d'une droite de l'espace dans l'image d'une caméra catadioptrique, est une conique représentée par cinq coefficients alors que celle-ci ne possède que deux degrés de liberté. Afin d'obtenir une représentation minimale nous proposons d'utiliser les droites polaires relatives à la projection des droites 3D dans l'image omnidirectionnelle. Nous définissons ainsi une caméra perspective virtuelle observant des droites. Nous donnons la forme analytique de la matrice d'interaction, liant les déplacements de la caméra catadioptrique aux variations des observations visuelles, dans les espaces normalisé et pixelique. Nous exploitons ensuite ce résultat pour construire une loi de commande adéquate. Des résultats de simulation et expérimentaux confirment la validité de notre approche.

Mots Clef

Vision omnidirectionnelle, asservissement visuel, droites polaires.

Abstract

Motivated by the growing interest for omnidirectional sensors for robotic applications and particularly for vision-based control, we present a new framework to handle in a visual servoing scheme the projection of line features into the image plane of a central catadioptric camera. As it is well known, the projection of a 3D line in the image plane of a central catadioptric camera is a conic curve. We propose to use the polar line of the image center with respect to this conic curve to define the input of the vision-based control scheme. The visual observations obtained from the polar lines lead to a minimal representation of projected lines. An efficient control scheme based only on two image features can then be designed. Simulation and experimental results confirm the validity of our approach.

Keywords

Omnidirectional vision, visual Servoing, polar lines.

1 Introduction

L'asservissement visuel consiste à intégrer directement dans la boucle de commande des robots, des informations extraites des images fournies par des caméras afin de réaliser l'action souhaitée [16]. En pratique, cela permet un élargissement important du domaine d'application de la robotique, et une amélioration considérable de la précision obtenue. Les approches classiques d'asservissement visuel sont basées sur la régulation à zéro du signal d'erreur entre les informations visuelles courantes et désirées. Cette erreur est régulée, soit dans l'image 2D [13], soit dans l'espace 3D [16], ou soit dans les espaces image 2D et 3D [18]. Dans ces trois approches, on suppose qu'il existe un lien entre les images initiale, courante et désirée. En effet, elles requièrent la mise en correspondance de primitives visuelles extraites de l'image initiale avec celles extraites de l'image désirée. Ces primitives sont ensuite suivies lors du mouvement de la caméra (et/ou de l'objet). Si une de ces étapes échoue, la tâche robotique ne pourra pas être réalisée [9]. Par exemple, si il est impossible d'extraire des primitives visuelles communes aux images initiale et désirée ou si les primitives visuelles sortent du champ de vision durant le mouvement de la caméra (et/ou de l'objet) alors la tâche ne pourra pas être réalisée. Quelques travaux se sont intéressés à ces problèmes. Les méthodes proposées sont basées sur des techniques de planification de trajectoires [21], de commande réactive [11], [10], d'ajustement du zoom [24] ou de considérations géométriques et topologiques [12], [27]. Cependant, de telles stratégies sont quelquefois difficiles à mettre en œuvre. Les caméras conventionnelles souffrent de leur champ de vue restreint. Il est donc intéressant d'accroître le champ de vision du capteur [5]. De nombreuses applications dans le domaine de la vision robotique, comme la localisation de robot mobile [6], [20], et la navigation [29], peuvent bénéficier d'une vue panoramique de l'environnement fournie par une caméra omnidirectionnelle.

Plusieurs stratégies ont été proposées afin d'accroître le champ de vision des capteurs de vision [5]. Une solution efficace consiste à combiner des miroirs à un système de capture d'images classique (caméra catadioptrique). Afin de simplifier les traitements du point de vue théorique et pratique, il est souhaitable que ces systèmes soient à point

central unique, c'est-à-dire que les rayons de projection des points de l'espace passent par un point unique appelé point central de projection. De tels capteurs sont appelés systèmes catadioptriques centraux. Baker et Nayar dans [2] ont déterminé la classe de tous les systèmes catadioptriques centraux. Dans [2], il est montré qu'il existe deux types de combinaison miroir-lentille permettant la mise au point d'un système catadioptrique central tout en augmentant le champ de vision : caméra orthographique-miroir parabolique et caméra perspective-miroir hyperbolique.

Clairement, les techniques d'asservissement visuel peuvent également bénéficier du champ de vue important fourni par des caméras omnidirectionnelles afin de lever la contrainte de visibilité. La commande par retour visuel de robots manipulateurs, de robot mobile ou de formation de robots mobiles a donc naturellement été étudiée (se référer par exemple à [4], [7], [23], [28]).

Cet article considère plus particulièrement l'utilisation de primitives visuelles extraites de la projection de droites dans une boucle de commande. En effet, lorsque des environnements intérieurs, urbains ou industriels sont considérés, le choix des droites comme primitive visuelle est naturel. Une grande majorité des travaux en asservissement visuel portent sur l'utilisation de coordonnées de points pour générer le signal d'erreur à réguler [16]. Très peu de travaux traitent le cas de la projection de droite (voir par exemple [1], [13], [17]). La matrice d'interaction joue un rôle central pour la synthèse des lois de commande. Elle lie les mouvements de la caméra aux variations des primitives visuelles dans l'image catadioptrique. F. Chaumette dans [8] a proposé une méthode générale pour le calcul de la matrice d'interaction pour toute information visuelle définissable à partir de primitives géométriques paramétrables pour une caméra réalisant une projection perspective. La forme analytique de la matrice d'interaction a récemment été obtenue pour des primitives de type point dans le cas où le capteur de vision est un système catadioptrique central [4]. Dans [22] la forme générique de la matrice d'interaction pour la projection de droites dans l'image de toute caméra à point central unique, a été donnée. Cette matrice d'interaction a été ensuite exploitée pour construire des lois de commande pour des tâches de positionnement d'un robot manipulateur à six degrés de liberté ou pour des tâches de suivi de droite pour un robot mobile. La projection catadioptrique d'une droite 3D est une conique dans le plan image et est donc définie par cinq coefficients alors qu'elle ne possède que deux degrés de liberté. Dans cet article, nous proposons une nouvelle représentation de la projection des droites 3D dans l'image catadioptrique en utilisant les droites polaires associées. Nous donnons ensuite une forme minimale et générique de la matrice d'interaction pour l'image catadioptrique de droites 3D. Nous exploitons ce résultat pour construire des lois de commande pour des tâches de positionnement d'un robot manipulateur à six degrés de liberté et des tâches de suivi de trajectoire par un robot mobile.

Cet article est organisé de la manière suivante : dans la partie 2, après la description du modèle utilisé pour les capteurs de vision à centre unique, nous étudions la projection de droites sur le plan image. Cela est réalisé en utilisant

le modèle générique proposé dans [14]. Dans la partie 3, nous définissons les droites polaires associées au centre de l'image par rapport aux coniques issues de la projection catadioptrique de droites 3D. Dans la partie 4, nous présentons la loi de commande qui sera utilisée pour le contrôle des mouvements du robot. Nous dérivons ensuite, dans la partie 5 la forme analytique de la matrice d'interaction pour la nouvelle représentation de la projection catadioptrique de droites. Les résultats de simulation et expérimentaux sont présentés dans les parties 6 et 7.

2 Modèle de projection catadioptrique centrale

Un capteur de vision à point central unique implique que tous les rayons de projection de points 3D de l'espace se projetant sur le miroir passent par un point 3D unique appelé point central unique. Les caméras perspectives conventionnelles sont des capteurs à point central unique. Le modèle de projection classique dit *pin-hole* (trou d'épingle) représente le passage entre les points de l'espace 3D et leurs projections dans l'image sous une forme linéaire dans l'espace des coordonnées homogènes. Il existe des capteurs à point central unique inadaptés au modèle conventionnel linéaire *pin-hole*. Baker et Nayar dans [2], ont déterminé la classe de tous les systèmes catadioptriques à point central unique. Ils montrent qu'un système catadioptrique avec un champ visuel plus large peut être obtenu en combinant un miroir hyperbolique, elliptique ou plan avec une caméra perspective et un miroir parabolique avec une caméra orthographique. Cependant, la fonction liant les points de l'espace 3D et leurs projections dans l'image catadioptrique est non-linéaire. Geyer et al dans [14], proposent un modèle de projection unifié pour toutes les caméras catadioptriques à point central unique. Ce modèle utilise un miroir sphérique virtuel de rayon unitaire comme support de calcul.

2.1 Modèle du capteur catadioptrique

Soit $\mathcal{F}_c$ et $\mathcal{F}_m$ des repères attachés à la caméra perspective et au miroir sphérique virtuel respectivement (voir figure 1). Dans la suite, on supposera que $\mathcal{F}_c$ et $\mathcal{F}_m$ sont liés par une translation le long de l'axe Z ($\mathcal{F}_c$ et $\mathcal{F}_m$ ont la même orientation). Les points C et M seront appelés centre optique et point principal. Le centre optique C a pour coordonnées $[0 \ 0 \ -\xi]^T$ dans le repère miroir $\mathcal{F}_m$ et le plan image $Z = \psi - 2\xi$ est orthogonal à l'axe Z , où ξ et ψ sont des paramètres décrivant le type de capteur et la forme du miroir (se référer à [3]).

Considérons la sphère unitaire centrée en M (voir figure 1) et soit $\mathcal{X}$ un point 3D de coordonnées $\mathbf{X} = [X \ Y \ Z]^T$ dans $\mathcal{F}_m$. Le point 3D $\mathcal{X}$ est projeté dans le plan image en un point de coordonnées homogènes $\mathbf{x}_i = [x_i \ y_i \ 1]^T$. Cette projection peut être décomposée en trois étapes comme suit :

- **Etape 1 :** Le point 3D $\mathcal{X}$ est, dans un premier temps, projeté sur la surface de la sphère unitaire en un point dont

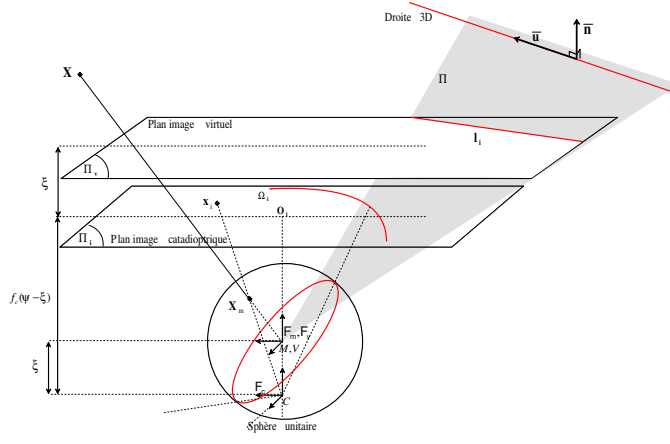


FIG. 1 – modèle unifié d'une caméra catadioptrique

les coordonnées dans $\mathcal{F}_m$ sont :

$$\mathbf{X}_m = \frac{1}{\sigma} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

où $\sigma = \|\mathbf{X}\| = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$ est la norme du point 3D. Le rayon de projection $\mathbf{X}_m$ passe par le point principal M et le point 3D $\mathcal{X}$.

- **Etape 2 :** Le point $\mathbf{X}_m$ sur la sphère unitaire est projeté sur le plan $Z = 1 - \xi$ par projection perspective en un point de coordonnées homogènes $\underline{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}^T 1]^T = \mathbf{f}(\mathbf{X})$ (où $\mathbf{x} = [x \ y]^T$):

$$\underline{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} \frac{X}{Z + \xi\sigma} \\ \frac{Y}{Z + \xi\sigma} \\ \frac{Z + \xi\sigma}{1} \end{bmatrix} \quad (1)$$

- **Etape 3 :** Le point de coordonnées homogènes $\underline{\mathbf{x}}_i$ dans le plan image est obtenu après une transformation affine plan-à-plan $\mathbf{K}$ du point 2D $\mathbf{x}$:

$$\underline{\mathbf{x}}_i = \mathbf{K}\mathbf{x}$$

La matrice d'étalonnage $\mathbf{K}$ peut être écrite $\mathbf{K} = \mathbf{M}\mathbf{K}_c$ où la matrice triangulaire supérieure $\mathbf{K}_c$ contient les paramètres intrinsèques de la caméra conventionnelle, et la matrice diagonale $\mathbf{M}$ contient les paramètres intrinsèques du miroir :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \psi - \xi & 0 & 0 \\ 0 & \psi - \xi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_c = \begin{bmatrix} f_u & \alpha_{uv} & u_0 \\ 0 & f_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Notons que, pour $\xi = 0$, le modèle générique de la projection catadioptrique est le modèle bien connu de la projection perspective.

2.2 Projection des droites

Soit $\mathcal{L}$ une droite 3D appartenant au plan Π qui contient le point principal M (voir figure 1). Les coordonnées de

Plücker binormées [1] de la droite 3D sont données par $\mathcal{L} : (\bar{\mathbf{n}}^T \ \bar{\mathbf{u}}^T \ h)^T$ avec $\bar{\mathbf{n}}^T \bar{\mathbf{u}} = 0$, et h est la distance de la droite 3D $\mathcal{L}$ par rapport à l'origine du repère de définition. Dans la suite, nous choisissons le repère attaché au miroir $\mathcal{F}_m$ comme repère de définition. Les vecteurs unitaires $\bar{\mathbf{n}} = (n_x, n_y, n_z)^T$ et $\bar{\mathbf{u}} = (u_x, u_y, u_z)^T$ représentent respectivement le vecteur orthogonal au plan d'interprétation Π et le vecteur d'orientation de la droite 3D $\mathcal{L}$. Si la droite 3D $\mathcal{L}$ est projetée dans le plan image d'une caméra perspective, alors le vecteur unitaire $\bar{\mathbf{n}}$ contient les coefficients de l'équation de la droite 2D dans le plan image. Notons que tout point 3D $\mathbf{X} = [X, Y, Z]^T \in \Pi$ appartenant à la droite 3D $\mathcal{L}$, vérifie l'équation suivante :

$$n_x X + n_y Y + n_z Z = 0 \quad (2)$$

et que sa projection perspective en $\mathbf{x} = [x, y]^T$ vérifie :

$$n_x x + n_y y + n_z = 0$$

Par conséquent, la projection d'une droite 3D est complètement définie par le vecteur unitaire $\bar{\mathbf{n}}$.

Soit $\mathcal{S}$ l'ensemble des points qui définissent l'intersection entre le plan d'interprétation Π et la surface de la sphère unitaire. $\mathcal{S}$ représente la projection de la droite 3D sur la surface du miroir (sphère unitaire). Notons que toutes les droites dans le plan Π sont projetées en $\mathcal{S}$. La projection $\mathcal{S}$ de $\mathcal{L}$ dans le plan image est ensuite obtenue par projection perspective. On peut montrer en utilisant (1) et (2) (ou en se référant à [3], [22]) que les points 3D appartenant à $\mathcal{L}$ sont projetés en des points $\mathbf{x}_i$ dans l'image vérifiant :

$$\underline{\mathbf{x}}_i^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{\Omega} \mathbf{K}^{-1} \underline{\mathbf{x}}_i = 0 \quad (3)$$

avec :

$$\mathbf{\Omega} = \begin{pmatrix} n_x^2 - \xi^2(1 - n_y^2) & n_x n_y(1 - \xi^2) & n_x n_z \\ n_x n_y(1 - \xi^2) & n_y^2 - \xi^2(1 - n_x^2) & n_y n_z \\ n_x n_z & n_y n_z & n_z^2 \end{pmatrix}$$

avec $\mathbf{\Omega}_i = \mathbf{K}^{-T} \mathbf{\Omega} \mathbf{K}^{-1}$. Une droite de l'espace est donc projetée sur le plan image en une conique. A partir de l'équation (3), nous obtenons la forme quadratique :

$$A_0 x_i^2 + A_1 y_i^2 + 2A_2 x_i y_i + 2A_3 x_i + 2A_4 y_i + A_5 = 0 \quad (4)$$

On peut noter que l'équation (4) est définie à un facteur multiplicatif près. L'équation (4) peut être normalisée par A_5 afin d'obtenir une représentation sans ambiguïté. L'équation quadratique (4) s'écrit alors :

$$B_0 x_i^2 + B_1 y_i^2 + 2B_2 x_i y_i + 2B_3 x_i + 2B_4 y_i + 1 = 0 \quad (5)$$

avec $B_k = \frac{A_k}{A_5}$. Le cas $A_5 = 0$ correspond à des configurations dégénérées pour cette représentation, où l'axe optique de la caméra catadioptrique est co-planaire avec la droite 3D $\mathcal{L}$ ($n_z = 0$). Dans ce cas, la projection de la droite 3D dans l'image catadioptrique est une droite qui passe par le centre de l'image. Dans la suite, nous considérerons les cas non dégénérés ($n_z \neq 0$).

L'équation quadratique (5) est définie par cinq coefficients B_j , $j = 0 \dots 4$. Cependant, la conique dans l'image issue de la projection de la droite 3D a seulement deux degrés de liberté. Dans la suite, nous présentons une représentation minimale en utilisant les droites polaires.

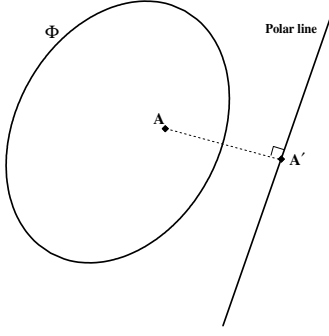


FIG. 2 – droite polaire

3 Droites polaires

Barreto et al dans [3], utilisent les propriétés géométriques des droites polaires pour l'étalonnage des caméras catadioptriques centrales. Nous montrerons dans la suite que les droites polaires peuvent également être avantageusement utilisées en asservissement visuel. Nous définissons dans un premier temps, la droite polaire d'un point par rapport à une conique.

Définition 1 Soit Φ une conique 2D, A un point appartenant au plan de définition de la conique Φ et son conjugué $\hat{A}$ par rapport à la conique Φ (voir figure 2). La droite unique qui passe par $\hat{A}$ et est perpendiculaire à la droite passant par les points A et $\hat{A}$ est appelée la droite polaire associée au point A par rapport à la conique Φ , et elle est définie par $\overline{A\hat{A}} \propto \Phi A$, où $\propto$ est l'égalité projective (c'est-à-dire à un facteur d'échelle près).

Soit $\mathbf{l}_i = \Omega_i \mathbf{O}_i$ la droite polaire associée au centre de l'image ($\mathbf{O}_i = [u_0 \ v_0 \ 1]^T$) par rapport à la conique Ω_i . L'équation de cette droite polaire est donnée par :

$$\mathbf{l}_i^T \mathbf{x}_i = 0 \quad \text{ou} \quad l_x x_i + l_y y_i + l_z = 0 \quad (6)$$

Si les éléments pixeliques du plan image de la caméra conventionnelle sont carrés ($f_u = f_v = f_c$ et $\alpha_{uv} = 0$), alors le vecteur $\mathbf{l}_i$ définissant la droite polaire s'écrit à un facteur d'échelle près comme :

$$\mathbf{l}_i \propto \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ f n_z - u_0 n_x - v_0 n_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -u_0 & -v_0 & f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} \quad (7)$$

où $f = f_c(\psi - \xi)$ est la focale globale de la caméra catadioptrique. Notons que le calcul de $\mathbf{l}_i$ à partir de Ω_i nécessite la connaissance des coordonnées du centre de l'image. Ces dernières peuvent être obtenues en utilisant deux droites définies par l'intersection de trois coniques [3].

Proposition 1 Considérons une caméra perspective virtuelle définie par le repère $\mathcal{F}_v = \mathcal{F}_m$ (voir figure 1). Si les paramètres intrinsèques de la caméra virtuelle sont choisis de même valeurs que les paramètres intrinsèques de la caméra catadioptrique (c'est-à-dire $\mathbf{K}_v = \mathbf{K}$), alors la projection perspective de la droite 3D $\mathcal{L}$ dans le plan image

de la caméra virtuelle est définie par l'intersection entre le plan image virtuel Π_v et le plan d'interprétation Π , et c'est une droite dans l'image virtuelle donnée par :

$$ax_{vi} + by_{vi} + c = 0 \quad \text{où} \quad \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \propto \mathbf{K}^{-T} \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} \quad (8)$$

Corollaire 1 La droite polaire $\mathbf{l}_i$ est la projection perspective de $\mathcal{L}$ dans l'image de la caméra virtuelle.

Ce corollaire est fondamental puisqu'il nous permet de représenter la projection d'une droite 3D dans l'image d'une caméra catadioptrique par une simple droite (polaire) au lieu d'une conique. En effet, les équations (7) et (8) définissent la même droite dans l'espace image. L'équation (7) peut être re-écrite comme :

$$\mathbf{l}_i \propto \mathbf{K}^{-T} \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} \quad (9)$$

Connaissant le centre de l'image $\mathbf{O}_i$, il est donc possible d'utiliser le modèle linéaire (modèle pin-hole) pour la projection des droites 3D au lieu du modèle non-linéaire décrit auparavant. En conséquence, on peut choisir n'importe quelle représentation de droites dans l'image virtuelle. L'équation (6) peut être re-écrite en utilisant la représentation paramétrique (ρ, θ) de droite comme :

$$\cos(\theta)x_i + \sin(\theta)y_i + \rho = 0 \quad (10)$$

où :

$$\theta = \text{atan2}(l_y, l_x) \quad \text{et} \quad \rho = -\frac{l_z}{\sqrt{l_x^2 + l_y^2}} \quad (11)$$

Cette représentation est minimale car la droite polaire peut être définie par deux paramètres ρ et θ :

$$\mathbf{s} = \begin{pmatrix} \rho \\ \theta \end{pmatrix} \quad (12)$$

Cette représentation n'est pas unique. En effet, $\mathbf{s}_1 = (\rho, \theta + 2k\pi)^T$ et $\mathbf{s}_2 = (-\rho, \theta + (2k+1)\pi)^T$ représentent la même droite dans l'image. Nous levons cette ambiguïté en considérant une géométrie projective orientée [26]. Le lissage des points de contour constituant la conique dans l'image est définie au signe près. Ce signe peut être fixé en utilisant le sens du gradient des niveaux de gris perpendiculaire à la conique. Cette méthode a été utilisée dans [13] en asservissement visuel des droites avec des caméras classiques.

4 Loi de commande

Afin de commander les mouvements d'un robot à partir des mesures visuelles, on définit la fonction de tâche [25] :

$$\mathbf{e} = \hat{\mathbf{L}}^+(\mathbf{s} - \mathbf{s}^*) \quad (13)$$

où :

- $\mathbf{s}$ est un vecteur contenant les informations visuelles courantes extraites d'une image catadioptrique.
- $\mathbf{s}^*$ est un vecteur contenant les valeurs désirées de $\mathbf{s}$.

- $\hat{\mathbf{L}}^+$ est la pseudo-inverse d'un modèle choisi pour la matrice d'interaction $\mathbf{L}$.

La matrice d'interaction $\mathbf{L}$ est définie par :

$$\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{L}\tau \quad (14)$$

Elle lie les variations temporelles des primitives visuelles $\mathbf{s}$ au torseur cinématique $\tau = [\nu \ \omega]^T$ de la caméra catadioptrique, où ν et ω sont les vitesses instantanées de translation et de rotation respectivement.

La dérivée temporelle de la fonction de tâche (13) est :

$$\dot{\mathbf{e}} = \frac{d\hat{\mathbf{L}}^+}{dt}(\mathbf{s} - \mathbf{s}^*) + \hat{\mathbf{L}}^+\dot{\mathbf{s}} = (\boldsymbol{\Theta}(\mathbf{s} - \mathbf{s}^*) + \hat{\mathbf{L}}^+\mathbf{L})\tau \quad (15)$$

où $\boldsymbol{\Theta}(\mathbf{s} - \mathbf{s}^*)$ est une matrice carrée de dimension 6 et elle vaut zéro quand $\mathbf{s} = \mathbf{s}^*$. Une loi de commande très simple pour assurer la décroissance exponentielle vers le zéro de la fonction de tâche est donnée par :

$$\tau = -\lambda \mathbf{e} = -\lambda \hat{\mathbf{L}}^+(\mathbf{s} - \mathbf{s}^*) \quad (16)$$

A partir de (15) et (16), la boucle fermée du système est $\dot{\mathbf{e}} = -\lambda(\boldsymbol{\Theta}(\mathbf{s} - \mathbf{s}^*) + \hat{\mathbf{L}}^+\mathbf{L})\mathbf{e}$. Ce système est localement stable au voisinage de $\mathbf{s}^*$, si et seulement si $\hat{\mathbf{L}}^+\mathbf{L}$ est définie positive. Le calcul de la loi de commande (16) nécessite une approximation de la matrice d'interaction $\hat{\mathbf{L}}^+$. Dans la section suivante, nous donnons la forme analytique de la matrice d'interaction pour les droites polaires.

5 Matrice d'interaction

Nous considérons maintenant que les coniques dans l'image réelle sont transformées en droites dans l'image virtuelle. Nous pouvons donc utiliser n'importe quelle méthode en asservissement visuel pour les droites images. Dans cet article, nous choisissons la méthode proposée dans [13] liée à la représentation (ρ, θ) .

Considérons le vecteur $\mathbf{s} = (\mathbf{s}_1^T \dots \mathbf{s}_n^T)^T$ où $\mathbf{s}_k$ est un vecteur de dimension 2 contenant les deux paramètres ρ et θ de chaque image virtuelle d'une droite 3D (se référer à l'équation (12)):

$$\mathbf{s}_k = [\rho_k \ \theta_k]^T \quad (17)$$

Notons que la conique issue de la projection catadioptrique d'une droite 3D est définie par cinq paramètres, et comme il est montré dans [22], seulement deux degrés de liberté du robot peuvent être asservis par l'image d'une droite (le rang de la matrice d'interaction est de 2). En utilisant les droites polaires du centre de l'image par rapport à la conique, le vecteur contenant les informations visuelles $\mathbf{s}_k$ est minimale et non redondant. A présent, nous dérivons explicitement la matrice d'interaction associée à la représentation (ρ, θ) dans l'image au lieu la représentation $(\hat{\rho}, \hat{\theta})$ dans le repère caméra [13]. De cette façon, le signal image est directement asservi au lieu du signal reconstruit dans le repère caméra après une transformation affine plan-à-plan définie par $\mathbf{K}$. En effet, dans l'approche originale [13], la matrice $\mathbf{K}$ apparaît dans le signal d'erreur asservi, alors que dans notre approche, elle apparaît uniquement dans la matrice d'interaction. Ainsi, seule la phase transitoire est

affectée par les erreurs sur $\mathbf{K}$ et non le point de convergence.

On écrit l'équation (14) comme :

$$\dot{\mathbf{s}}_k = \mathbf{L}_{snk}\mathbf{L}_{nk}\tau = \mathbf{L}_k\tau \quad (18)$$

où:

$$\mathbf{L}_k = \mathbf{L}_{snk}\mathbf{L}_{nk} \quad (19)$$

sachant que $\dot{\mathbf{n}}_k = \mathbf{L}_{nk}\tau$, on déduit $\mathbf{L}_{snk} = \frac{\partial \mathbf{s}_k}{\partial \mathbf{n}_k}$.

$\mathbf{L}_{snk}$ est la matrice d'interaction entre les mouvements des primitives visuelles et la variation du vecteur normal, et $\mathbf{L}_{nk}$ lie la variation de la normale aux mouvements de la caméra catadioptrique. Dans [1], il est montré que :

$$\dot{\mathbf{n}} = \frac{1}{h}(\mathbf{I}_3 - \mathbf{n}\mathbf{n}^T)[\bar{\mathbf{u}}]_{\times}\nu + [\bar{\mathbf{n}}]_{\times}\omega$$

La matrice d'interaction entre la variation du vecteur normal et les mouvements de la caméra est donc donnée par :

$$\mathbf{L}_{nk} = \begin{pmatrix} \frac{1}{h_k}(\mathbf{I}_3 - \mathbf{n}_k\mathbf{n}_k^T)[\bar{\mathbf{u}}_k]_{\times} & [\bar{\mathbf{n}}_k]_{\times} \end{pmatrix} \quad (20)$$

La matrice d'interaction $\mathbf{L}_{snk}$ est obtenue en calculant les dérivées partielles de (17) par rapport au vecteur normal $\mathbf{n}_k$:

$$\mathbf{L}_{snk} = \sqrt{\gamma_k^2 + 1} \begin{pmatrix} -\sin \theta_k & \cos \theta_k & 0 \\ u_0 - \rho_k \cos \theta_k & v_0 - \rho_k \sin \theta_k & -f \end{pmatrix} \quad (21)$$

avec

$$\gamma_k = \frac{1}{f}(u_0 \cos \theta_k + v_0 \sin \theta_k - \rho_k)$$

La matrice d'interaction globale $\mathbf{L}_k$ est donc obtenue en combinant les équations (20) and (21) :

$$\mathbf{L}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \end{pmatrix} \quad (22)$$

où

$$\mathbf{A} = \frac{\sqrt{\gamma_k^2 + 1}}{\gamma_k h_k} \begin{pmatrix} -\eta_k \cos \theta_k & & \\ \beta_k \cos \theta_k u_{xk} + (\beta_k \sin \theta_k + f\gamma_k)u_{yk} & & \\ -\eta_k \sin \theta_k & & -\eta_k \gamma_k \\ -(\delta_k \cos \theta_k + f\gamma_k)u_{xk} - \delta_k \sin \theta_k u_{yk} & \gamma_k(\beta_k u_{xk} - \delta_k u_{yk}) \end{pmatrix}$$

et

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \gamma_k \cos \theta_k & \gamma_k \sin \theta_k \\ f \sin \theta_k - \gamma_k \beta_k & -f \cos \theta_k + \gamma_k \delta_k \\ -1 & \\ u_0 \sin \theta_k - v_0 \cos \theta_k \end{pmatrix}$$

avec

$$\begin{aligned} \eta_k &= (u_{xk} \cos \theta_k + u_{yk} \sin \theta_k) \\ \beta_k &= (\rho_k \sin \theta_k - v_0) \\ \delta_k &= (\rho_k \cos \theta_k - u_0) \end{aligned}$$

Le rang de la matrice d'interaction $\mathbf{L}_k$ est 2. Pour contrôler les 6 degrés de liberté d'un robot manipulateur, au moins 3 droites sont nécessaires. La matrice d'interaction globale pour le vecteur de primitives visuelles $\mathbf{s}$ est $\mathbf{L} = (\mathbf{L}_1^T \dots \mathbf{L}_n^T)^T$ où $\mathbf{L}$ est une matrice de dimension $2n \times 6$ et pour 3 droites $\mathbf{L}$ est carrée. Comme il est montré dans l'équation (22),

seulement les deux paramètres 3D u_x/h et u_y/h sont introduits dans la matrice d'interaction. Il est habituel qu'en asservissement visuel 2D, les paramètres 3D soient seulement liés aux vitesses de translation. Comme on l'a déjà mentionné précédemment, la loi de commande est calculée à partir d'une matrice d'interaction estimée. La matrice d'interaction calculée à la position désirée est un choix typique. Dans ce cas, les paramètres 3D sont estimés seulement dans la position désirée.

Notons que, la matrice d'interaction des informations visuelles définies dans le repère caméra (avant la collinéation plan-à-plan par $\mathbf{K}$): $\tilde{\mathbf{s}} = g(\mathbf{K}, \mathbf{s})$ (c'est-à-dire $(\tilde{\rho}, \tilde{\theta}) = g(\mathbf{K}, \rho, \theta)$) est facilement obtenue en remplaçant dans $\mathbf{L}_k$ la focale f par la valeur 1 et les coordonnées du centre de l'image u_0 et v_0 par 0, et nous obtenons :

$$\tilde{\mathbf{L}}_k = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{A}} & \tilde{\mathbf{B}} \end{pmatrix} \quad (23)$$

où

$$\tilde{\mathbf{A}} = \frac{1}{h_k} \begin{pmatrix} \lambda_{\theta_k} \cos \tilde{\theta}_k & \lambda_{\theta_k} \sin \tilde{\theta}_k & -\lambda_{\tilde{\theta}_k} \tilde{\rho}_k \\ \lambda_{\rho_k} \cos \tilde{\theta}_k & \lambda_{\rho_k} \sin \tilde{\theta}_k & -\lambda_{\rho_k} \tilde{\rho}_k \end{pmatrix}$$

et

$$\tilde{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -\tilde{\rho}_k \cos \tilde{\theta}_k & -\tilde{\rho}_k \sin \tilde{\theta}_k & -1 \\ (\tilde{\rho}_k^2 + 1) \sin \tilde{\theta}_k & -(\tilde{\rho}_k^2 + 1) \cos \tilde{\theta}_k & 0 \end{pmatrix}$$

avec

$$\lambda_{\theta_k} = \frac{\sqrt{\tilde{\rho}_k^2 + 1}}{\tilde{\rho}_k} (\cos \tilde{\theta}_k u_{xk} + \sin \tilde{\theta}_k u_{yk})$$

$$\lambda_{\rho_k} = \sqrt{\tilde{\rho}_k^2 + 1} (\sin \tilde{\theta}_k u_{xk} - \cos \tilde{\theta}_k u_{yk})$$

Comme attendu, la matrice d'interaction $\tilde{\mathbf{L}}$ (valide pour toutes les caméras à point central unique) a la même forme que celle obtenue pour une caméra perspective [13].

6 Résultats de simulation

Dans cette partie, nous présentons les résultats de simulations d'asservissement visuel avec des caméras catadioptriques à point central unique en utilisant les droites polaires comme primitives visuelles. Dans la première simulation, nous présentons une tâche de positionnement d'un robot manipulateur à six degrés de liberté en utilisant une caméra catadioptrique. La deuxième simulation concerne le suivi d'une droite par un robot mobile en utilisant une caméra catadioptrique.

6.1 Tâche de positionnement

Dans cette simulation, une caméra hyper-catadioptrique (avec miroir hyperbolique) est utilisée. Des résultats similaires sont obtenus en utilisant une caméra para-catadioptrique (avec miroir parabolique). La caméra catadioptrique, montée sur l'effecteur du robot manipulateur, doit atteindre à partir d'une position initiale, la position finale. Le vecteur des primitives visuelles $\mathbf{s}$ à la position initiale atteint alors le vecteur $\mathbf{s}^*$ à la position désirée. Un bruit sur l'image a été introduit lors de l'extraction des coniques dans l'image catadioptrique (bruit aléatoire à distribution uniforme d'une variance de 1 pixel). Les droites polaires et la matrice d'interaction $\mathbf{L}$ ont été calculées avec des paramètres intrinsèques erronés de la caméra catadioptrique (± 1 pixel sur

les coordonnées du centre de l'image et $\pm 10\%$ sur la distance focale). La valeur de la matrice d'interaction $\mathbf{L}$ à la position désirée a été utilisée pour le calcul de la loi de commande (16). Les images correspondant aux positions initiale et désirée sont données par les figures 3(a) et 3(b). Ces figures montrent aussi les droites polaires correspondant à chaque conique. Les figures 3(c) et 3(d) donnent les trajectoires des coniques et des droites polaires dans le plan image. Ces trajectoires confirment que la tâche de positionnement est correctement réalisée. Le torseur cinématique de la caméra catadioptrique (vitesses de rotation et de translation) sont données par les figures 3(e) et 3(f). Comme on peut le constater sur la figure 3(g), l'erreur entre les vecteurs des primitives visuelles en positions courante et désirée est bien régulée à zéro.

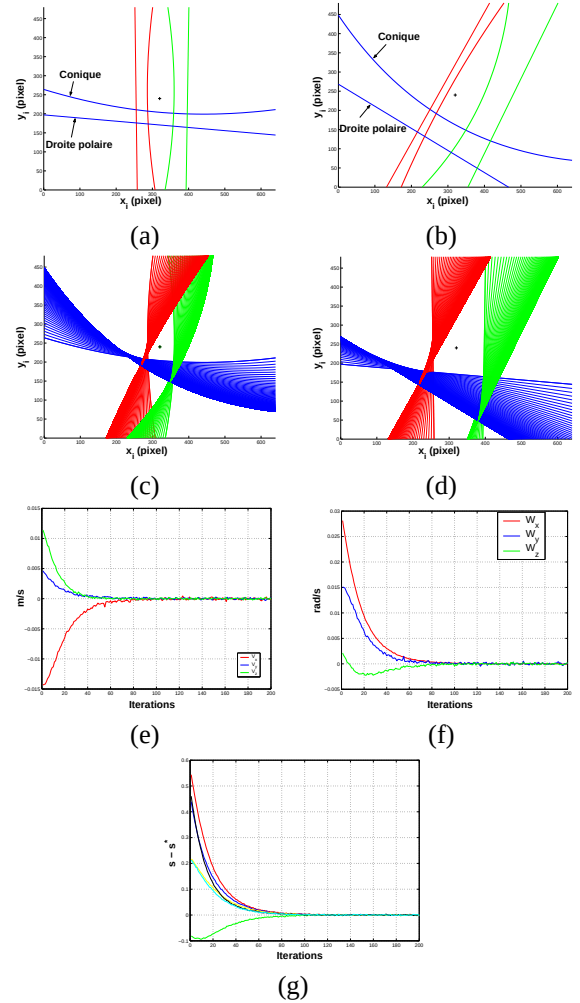


FIG. 3 – Caméra hyper-catadioptrique : (a) image initiale, (b) image désirée, (c) trajectoire des coniques dans l'image, (d) trajectoire des droites polaires dans l'image, (e) vitesses de translation [m/s], (f) vitesses de rotation [rad/s], (g) l'erreur ($s - s^*$)

6.2 Suivi de droite par un robot mobile

L'asservissement visuel en vision catadioptrique avec des primitives visuelles issues de la projection de droites peut être utilisé pour le suivi de trajectoire par un robot mobile [15]. Comme nous pouvons le noter dans $\mathbf{L}$ donnée par l'équation (22), la variation de l'angle de la droite po-

laire θ , dans l'image, est de sens inverse à la rotation de la caméra autour de son axe z . En fixant la caméra catadioptrique sur un robot mobile de façon à ce que l'axe optique de la caméra coïncide avec l'axe de rotation du robot mobile, l'orientation du robot par rapport à la droite 3D observée est donnée directement par l'orientation θ de la droite polaire dans l'image. Dans cette simulation, nous contrôlons la deviation angulaire du robot mobile afin qu'il suive parallèlement la droite 3D. Dans ce cas, un seul degré de liberté doit être contrôlé et donc une seule primitive visuelle extraite de l'image est nécessaire. Afin d'amener le robot mobile parallèlement à une droite 3D (voir figure 4(a)), la vitesse longitudinale du robot est fixée durant le suivi ($0.01m/s$ dans cette simulation) et donc seule la vitesse angulaire est calculée. En utilisant la loi de commande (16), nous obtenons la vitesse de rotation autour de l'axe z du repère robot mobile $\omega_z = +\lambda(\theta - \theta^*)$. Les images correspondant aux positions initiale et désirée de la caméra catadioptrique sont données par les figures 4(b) et 4(c). Les figures 4(d) et 4(e) montrent les trajectoires de la conique et de la droite polaire dans le plan image. La vitesse angulaire ω_z est donnée par la figure 4(f). Comme on peut le constater sur la figure 4(g), l'erreur entre les orientations courante et désirée de la droite polaire est bien régulée à zéro et donc la tâche de suivi est correctement réalisée.

7 Résultats expérimentaux

Le système robot-caméra (voir figure 5(a)) est composé d'un robot mobile Pioneer 3 et d'une caméra para-catadioptrique (avec miroir parabolique). La caméra est montée sur le robot mobile de manière à ce que l'axe de rotation du robot et l'axe optique de la caméra soient grossièrement confondus. Comme dans la simulation, la tâche consiste à amener le robot parallèlement à une droite 3D. L'orientation de la droite polaire associée au centre de l'image par rapport à la conique issue de la projection de la droite 3D suivie, est utilisée comme information visuelle dans la boucle de commande. La loi de commande (16) est utilisée. L'interaction entre l'orientation de la droite polaire θ et la vitesse angulaire du robot mobile est donnée par $\mathbf{L} = -1$. Notons que $\hat{\mathbf{L}}^{-1}\mathbf{L} = 1$ ce qui implique que le système en boucle fermée est localement stable. La droite 3D suivie par le robot mobile est indiquée dans la figure 5(a). L'image des droites dans la caméra para-catadioptrique utilisée sont des cercles. Ces cercles sont suivies au cours du déplacement du robot en utilisant un algorithme fourni par le projet LAGADIC de l'IRISA à Rennes [19]. Les images du cercle ainsi que la droite polaire correspondant aux positions initiale et désirée sont données par les figure 5 (c) et (d). La vitesse angulaire du robot mobile est donnée par la figure 5(b). L'erreur d'orientation de la droite polaire dans l'image, liée linéairement à la commande en rotation du robot, converge vers zéro, ce qui implique que la tâche d'alignement du robot par rapport à la droite 3D est correctement réalisée.

8 Conclusion

Dans cet article, nous avons utilisé une représentation minimale de la projection de droites 3D (conique) dans le plan

image d'une caméra catadioptrique à point central unique, pour l'asservissement visuel. Les primitives visuelles ont été déduites de la droite polaire du centre de l'image par rapport à la conique. Une matrice d'interaction, minimale et générique, pour les droites 3D a été obtenue. Cette matrice d'interaction a été exploitée pour le calcul d'une loi de commande en asservissement visuel 2D. Nous poursuivons ces travaux par une étude de robustesse et de stabilité par rapport aux erreurs sur les paramètres 3D et d'étalonnage du capteur.

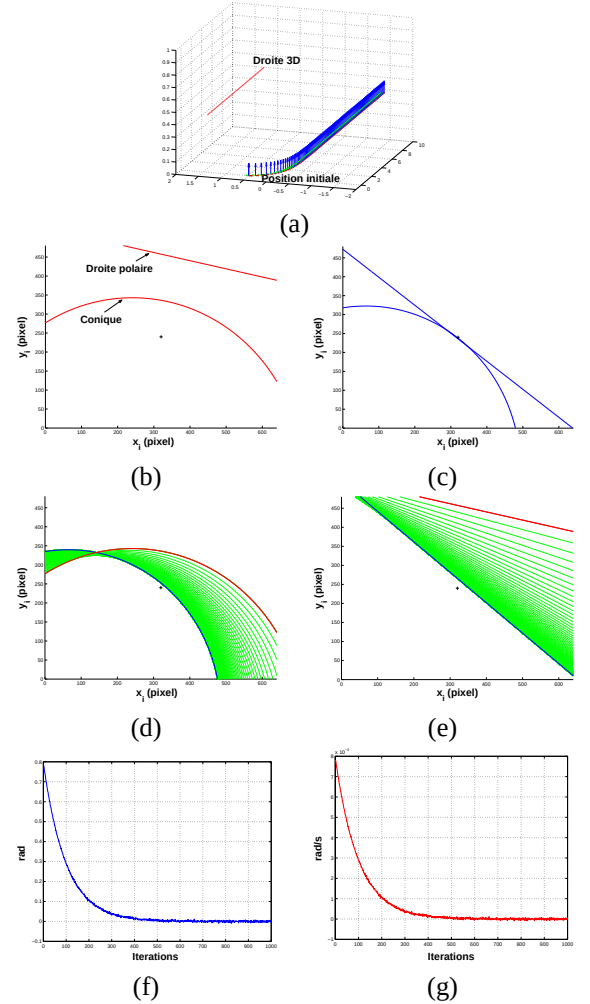


FIG. 4 – (a) trajectoire du robot mobile, (b) image initiale, (c) image désirée, (d) trajectoire des coniques dans l'image, (e) trajectoire des droites polaires dans l'image, (f) deviation angulaire $\theta - \theta^*$, (g) vitesse angulaire ω_z [rad/s]

Références

- [1] N. Andreff, B. Espiau, and R. Horaud. Visual servoing from lines. *International Journal of Robotics Research*, 21(8):679–700, August 2002.
- [2] S. Baker and S. K. Nayar. A theory of single-viewpoint catadioptric image formation. *International Journal of Computer Vision*, 35(2):1–22, November 1999.
- [3] J. Barreto and H. Araujo. Geometric properties of central catadioptric line images. In *7th European Conference on Computer Vision, ECCV'02*, pages 237–251, Copenhagen, Denmark, May 2002.

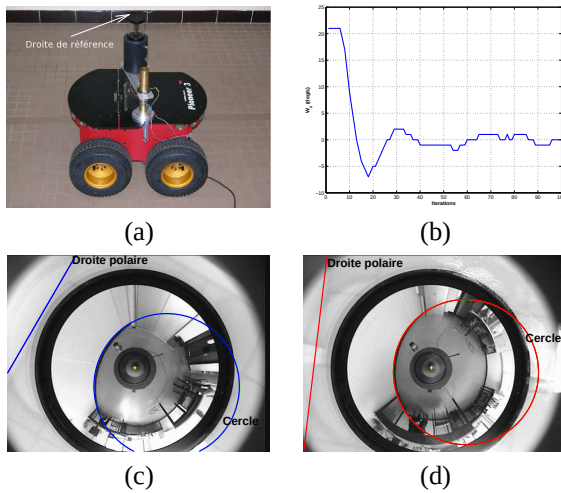


FIG. 5 – (a) système robot-caméra, (b) vitesse angulaire [deg/s], (c) image initiale, (d) image désirée

- [4] J. P. Barreto, F. Martin, and R. Horaud. Visual servoing/tracking using central catadioptric images. In *ISER2002 - 8th International Symposium on Experimental Robotics*, pages 863–869, Bombay, India, July 2002.
- [5] R. Benosman and S. Kang. *Panoramic Vision*. Springer Verlag ISBN 0-387-95111-3, 2000.
- [6] P. Blae and P.K. Allen. Topological mobile robot localization using fast vision techniques. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1031–1036, Washington, USA, May 2002.
- [7] D. Burshka, J. Geiman, and G. Hager. Optimal landmark configuration for vision based control of mobile robot. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 3917–3922, Taipei, Taiwan, September 2003.
- [8] F. Chaumette. *La relation Vision-Commande: théorie et application à des tâches robotiques*. PhD thesis, Université de Rennes I, France, 1990.
- [9] F. Chaumette. Potential problems of stability and convergence in image-based and position-based visual servoing. *The Confluence of Vision and Control*, D. Kriegman, G. Hager, A. Morse (eds), *LNCIS Series*, Springer Verlag, 237:66–78, 1998.
- [10] G. Chesi, K. Hashimoto, D. Prattichizzo, and A. Vicino. A switching control law for keeping features in the field of view in eye-in-hand visual servoing. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 3929–3934, Taipei, Taiwan, September 2003.
- [11] P. Corke and S. Hutchinson. A new partitioned approach to image-based visual servo control. In *IEEE Conference on Decision and Control*, pages 2521–2526, Sidney, Décembre 2000.
- [12] Noah J. Cowan, Joel D. Weingarten, and Daniel E. Koditschek. Visual servoing via navigation functions. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 18(4):521–533, August 2002.
- [13] B. Espiau, F. Chaumette, and P. Rives. A new approach to visual servoing in robotics. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 8(3):313–326, June 1992.
- [14] C. Geyer and K. Daniilidis. A unifying theory for central panoramic systems and practical implications. In *European Conference on Computer Vision*, volume 29, pages 159–179, Dublin, Ireland, May 2000.
- [15] H. Hadj Abdelkader, Y. Mezouar, N. Andreff, and P. Martinet. Image-based control of mobile robot with central catadioptric camera. In *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, ICRA'05*, volume 1, pages 3533–3538, Barcelona, Spain, April 2005.
- [16] S. Hutchinson, G.D. Hager, and P.I. Corke. A tutorial on visual servo control. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 12(5):651–670, October 1996.
- [17] E. Malis, J. Borrelly, and P. Rives. Intrinsics-free visual servoing with respect to straight lines. In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots Systems*, Lausanne, Switzerland, October 2002.
- [18] E. Malis, F. Chaumette, and S. Boudet. 2 1/2 d visual servoing. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 15(2):238–250, April 1999.
- [19] E. Marchand. Visp: A software environment for eye-in-hand visual servoing. In *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, ICRA'99*, volume 4, pages 3224–3229, Detroit, Michigan, May 1999.
- [20] B. Marhic, E. Mouaddib, D. Fofi, and E. Brassart. Localisation absolue par le capteur omnidirectionnel syclop. *Traitement du Signal*, 17(3), 2000.
- [21] Y. Mezouar and F. Chaumette. Path planning for robust image-based control. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 18(4):534–549, August 2002.
- [22] Y. Mezouar, H. Hadj Abdelkader, P. Martinet, and F. Chaumette. Central catadioptric visual servoing from 3d straight lines. In *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, IROS'04*, volume 1, pages 343–349, Sendai, Japan, September 2004.
- [23] A. Paulino and H. Araujo. Multiple robots in geometric formation: Control structure and sensing. In *International Symposium on Intelligent Robotic Systems*, pages 103–112, University of Reading, UK, July 2000.
- [24] E. Malis S. Benhimane. Vision-based control with respect to planar and non-planar objects using a zooming camera. In *IEEE International Conference on Advanced Robotics*, pages 863–869, July 2003.
- [25] C. Samson and B. Espiau. Application of the task function approach to sensor-based-control of robot manipulators. In *11th IFAC World Congress*, volume 9, pages 286–291, Tallin, Estonie, URSS, August 1990.
- [26] J. Stolfi. *Oriented Projective Geometry*, Academic Press. 1991.
- [27] B. Thuilot, C. Cariou, P. Martinet, and M. Berducat. Automatic guidance of a farm tractor relying on a single cp-dgps. *Autonomous Robots*, 13, 2002.
- [28] R. Vidal, O. Shakernia, and S. Sastry. Formation control of nonholonomic mobile robots with omnidirectional visual servoing and motion segmentation. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 584–589, Taipei, Taiwan, September 2003.
- [29] N. Winter, J. Gaspar, G. Lacey, and J. Santos-Victor. Omnidirectional vision for robot navigation. In *Proc. IEEE Workshop on Omnidirectional Vision, OMNIVIS*, pages 21–28, South Carolina, USA, June 2000.