

LTL ET AUTOMATES DE BÜCHI

Exercice 1

Rappels sur LTL

Exprimer chacune des propriétés suivantes par une formule LTL.

1. La propriété p arrive un jour.
2. La propriété p est toujours vraie.
3. La propriété p est vraie à l'instant 1.
4. La propriété p est persistante (si elle arrive, elle demeure).
5. Exclusion mutuelle : p et q n'arrivent jamais en même temps.
6. Tout p est suivi immédiatement après par un p ou un q .
7. Vivacité : la propriété p est respectée infiniment souvent.
8. Toute demande de ressource est acquittée plus tard.
9. Toute demande de ressource est acquittée plus tard et aucune demande supplémentaire n'arrive avant l'acquittement.
10. Équité 1 : toute demande infiniment répétée finit par être acquittée.
11. Équité 2 : toute demande infiniment répétée est acquittée infiniment souvent.

Exercice 2

LTL et systèmes de transition

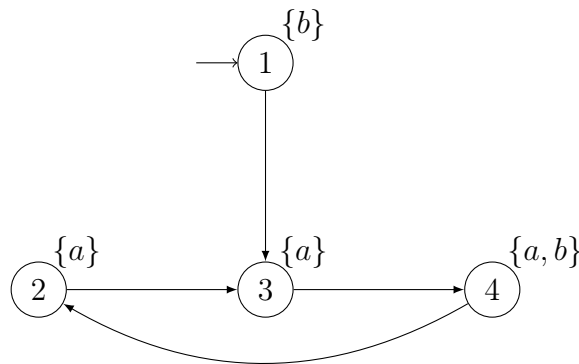


FIGURE 1 – Système de transition sur les propositions atomiques $\{a, b\}$

1. Pour chacune des formules LTL suivantes, donner la liste des états du système de transition sur les propositions atomiques $\{a, b\}$ représenté à la figure 1 qui la satisfont.
 1. $\bigcirc a$
 2. $\bigcirc \bigcirc \bigcirc a$

3. $\Box b$
4. $\Box \Diamond a$
5. $\Box (bU a)$
6. $\Diamond (bU a)$

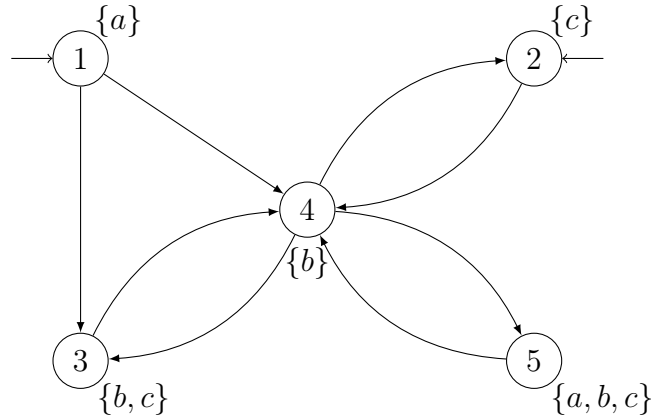


FIGURE 2 – Système de transition sur les propositions atomiques $\{a, b, c\}$

2. Pour chacune des formules LTL suivantes, déterminer si le système de transition sur les propositions atomiques $\{a, b, c\}$ représenté à la figure 2 la satisfait. Si ce n'est pas le cas, donner un contre exemple.

1. $\Diamond \Box c$
2. $\Box \Diamond c$
3. $\bigcirc c \rightarrow \bigcirc \bigcirc c$
4. $\Box a$
5. $aU \Box (b \vee c)$
6. $(\bigcirc \bigcirc b)U (b \vee c)$

Exercice 3

Équivalence entre formules LTL

Les formules suivantes sont-elles équivalentes. Si oui, prouvez le, sinon donnez un contre exemple.

1. $\Box \Box p$ et $\Diamond p$
2. $\Diamond (p \vee q)$ et $\Diamond p \vee \Diamond q$
3. $\Box (p \vee q)$ et $\Box p \vee \Box q$
4. $\Diamond \Box p \wedge \Diamond \Box q$ et $\Diamond (\Box p \wedge \Box q)$

Exercice 4**Automates de Büchi et LTL**

Trouver une formule LTL et un automate de Büchi décrivant chacun des langages suivants. L'ensemble des propositions atomiques est $\{q, r\}$.

1. Ensemble des mots commençant par une lettre vérifiant q .
2. Ensemble des mots ayant un nombre infini de positions satisfaisant q .
3. Ensemble des mots ayant un nombre infini de positions satisfaisant q et un nombre infini de positions satisfaisant r .
4. Ensemble des mots contenant un unique facteur ab tel que $q \in a$ et $r \in b$.
5. Ensemble des mots ayant un nombre fini de positions satisfaisant q .

Exercice 5**LTL et automates de Büchi**

Pour chacune des formules suivantes, construire un automate de Büchi correspondant.

1. $\Box(a \vee \neg \bigcirc b)$
2. $\Diamond a \vee \Box \Diamond(a \Rightarrow b)$
3. $\bigcirc \bigcirc (a \vee \Diamond \Box b)$

Exercice 6**Automate de Büchi faible**

Un automate de Büchi faible est un automate de Büchi tel que pour chaque composante fortement connexe, soit tous les états sont accepteurs, soit tous les états ne sont pas accepteurs. Montrer que l'automate faible $A = (\Sigma, Q, Q_0, \Delta, F)$ et l'automate de co-Büchi $A' = (\Sigma, Q, Q_0, \Delta, Q \setminus F)$ acceptent le même langage.