loig.jezequel@irisa.fr

Quelques bases sur les automates de Büchi

Exercice 1 — Des langages aux automates

Construire des automates de Büchi acceptant les ω-langages suivants pour un alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$:

1. $\mathcal{L}_1 = \{w \in \Sigma^\omega \ : \ w$ contient au moins une fois le motif $ab\}$

2. $\mathcal{L}_2 = \{w \in \Sigma^\omega \ : \ w$ contient un nombre infini de fois le motif $ab\}$

3. $\mathcal{L}_3 = \{w \in \Sigma^\omega \ : \ w$ contient un nombre fini de fois le motif $ab\}$

4. $\mathcal{L}_4 = \{w \in \Sigma^\omega \ : \ w$ contient au moins une fois le motif ab et au moins une fois le motif $ac\}$

5. $\mathcal{L}_5 = \{w \in \Sigma^\omega \ : $ si w contient un nombre infini de a alors il contient aussi un nombre infini de $b\}$

Construire de même des automates de Büchi déterministes acceptant les ω-langages suivants (l'alphabet est toujours $\Sigma = \{a, b, c\}$) :

6. $\mathcal{L}_6 = \{w \in \Sigma^\omega \ : \ w$ contient au moins une fois la lettre $c\}$

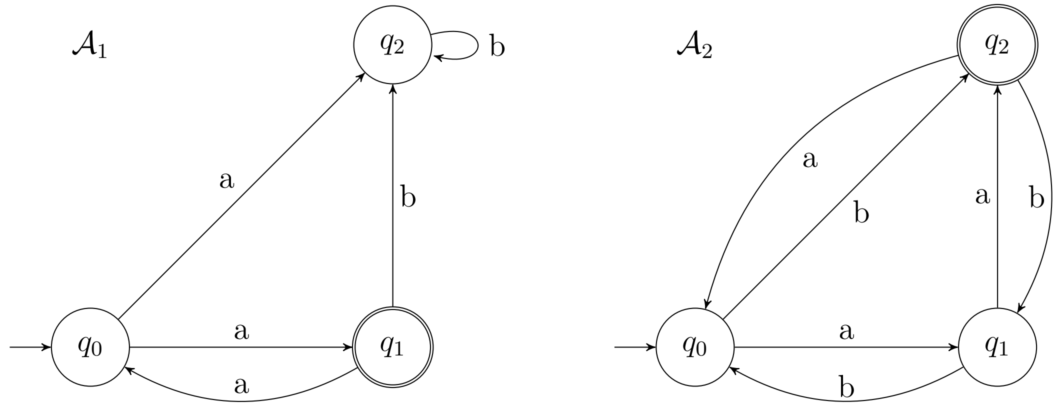
7. $\mathcal{L}_7 = \{w \in \Sigma^\omega \ : \ w$ ne contient pas la lettre $c\}$

8. $\mathcal{L}_8 = \{w \in \Sigma^\omega \ : $ dans w chaque a est immédiatement suivi d'un $b\}$

9. $\mathcal{L}_9 = \{w \in \Sigma^\omega \ : $ dans w il y a au moins deux b entre chaque pair de $a\}$

Exercice 2 — Des automates aux langages

On considère les automates de Büchi $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$ suivants :



1. Le langage de $\mathcal{A}_1$ est-il vide ?

2. Le mot a^ω est-il accepté par $\mathcal{A}_1$?

3. Le mot ab^ω est-il accepté par $\mathcal{A}_1$?

4. Le mot $(abb)^\omega$ est-il accepté par $\mathcal{A}_2$? Si oui, proposer une exécution acceptant ce mot.

5. Construire un automate de Büchi $\mathcal{A}_\cap$ reconnaissant le langage $\mathcal{L}(\mathcal{A}_1) \cap \mathcal{L}(\mathcal{A}_2)$.

6. Est-ce que le langage de $\mathcal{A}_\cap$ est vide ? Si non, donner une exécution acceptante.

Exercice 3 — Expressions ω-régulières

On considère des expressions régulières E, E_1, E_2, F, F_1, F_2 telles que $\varepsilon \notin \mathcal{L}(F) \cup \mathcal{L}(F_1) \cup \mathcal{L}(F_2)$. On rappelle la notion d'équivalence entre expressions ω-régulières : $G_1 \equiv G_2$ si et seulement si $\mathcal{L}_\omega(G_1) = \mathcal{L}_\omega(G_2)$. Les équivalences suivantes entre expressions ω-régulières sont-elles vraies ? Toutes les réponses devront être justifiées.

1. $(E_1 + E_2).F^\omega \equiv E_1.F^\omega + E_2.F^\omega$

2. $E.(F_1 + F_2)^\omega \equiv E.F_1^\omega + E.F_2^\omega$

3. $E.(F.F^*)^\omega \equiv E.F^\omega$

4. $(E^*.F)^\omega \equiv E^*.F^\omega$

Exercice 4 — États initiaux, états acceptants

Pour chacune des affirmations suivantes faire une preuve ou donner un contre exemple.

1. Tout NBA a un NBA équivalent qui a un unique état initial.

2. Tout NBA a un NBA équivalent qui a un unique état acceptant.