

Plus courts chemins

Exercice 1 : parcours en largeur d'abord.

1. Réaliser le parcours en largeur du graphe de la figure 1 à partir du sommet A . Lorsqu'il faudra faire un choix entre plusieurs sommets on prendra le premier par ordre alphabétique. On donnera les contenus successifs de la file ainsi que la distance la plus courte entre A et chaque sommet du graphe.
2. Proposer une version récursive du parcours en largeur.
3. Appliquer votre fonction au graphe de la figure 1. Vérifier que les résultats obtenus correspondent à ceux de la question 1.

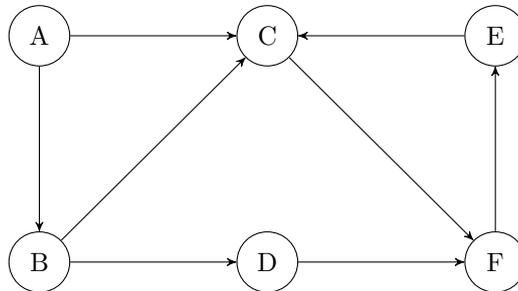


FIGURE 1 – Graphe pour l'exercice 1

Exercice 2 : parcours en largeur et graphes valués.

On considère maintenant des graphes valués. C'est à dire que les arcs du graphe portent un poids. Formellement, étant donné un graphe $G = (V, E)$, on annote chaque arc $(u, v) \in E$ par un poids $\ell_{uv} \in \mathbb{N}^+$. Un exemple d'un tel graphe est donné à la figure 2. Il est possible de trouver les chemins de poids minimal dans un tel graphe en remplaçant chaque arc (u, v) par ℓ_{uv} arcs et $\ell_{uv} - 1$ sommets, puis en réalisant un parcours en largeur.

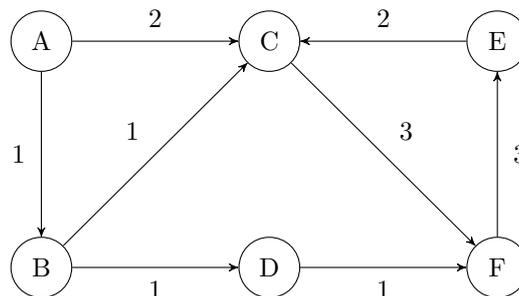


FIGURE 2 – Graphe pour l'exercice 2

1. Appliquer la solution proposée pour trouver les chemins de poids minimal entre le sommet A et les autres sommets du graphe de la figure 2.
2. Pourquoi n'est-ce pas une solution satisfaisante ? On pourra considérer le graphe de la figure 3 pour répondre à cette question.

Exercice 3 : algorithme de Dijkstra.

1. Appliquer l'algorithme de Dijkstra au graphe de la figure 3 afin de calculer les chemins de poids minimal entre A et les autres sommets du graphe.
2. Quels problèmes pourrait poser la présence d'arcs de poids négatif?

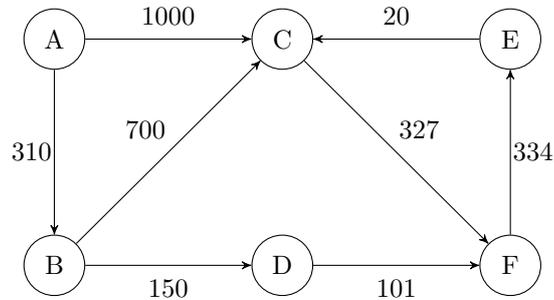


FIGURE 3 – Graphe pour l'exercice 3

Exercice 4 : modélisation.

Un étudiant a pour habitude de sortir le jeudi soir. Il souhaite dormir le plus longtemps possible avant de se rendre en cours le vendredi matin. Il ne veut pas arriver en retard. Se coucher plus tôt n'est pas une option envisageable. Il doit donc réduire au maximum son temps de transport le matin. Pour cela il peut choisir entre différents endroits où dormir : chez lui, chez un ami (1) habitant au centre ville, chez un ami (2) près du campus. Pour faire son choix il dispose des temps de trajet entre les différents lieux :

- de chez lui au campus : 30 minutes de bus,
- de chez lui à la gare : 5 minutes de marche,
- de la gare au campus : 20 minutes de bus,
- de chez son ami (1) au campus : 5 minutes de marche puis 15 minutes de bus,
- de chez son ami (1) à la gare : 10 minutes de bus,
- de chez son ami (2) au campus : 15 minutes de marche,

1. Proposer une modélisation de ce problème sous forme d'un problème classique de graphes.