

Approche régularisée en reconstruction tomographique 3D hélicoïdale

Marc ALLAIN^{1,2}, Yves GOUSSARD¹, Jérôme IDIER²

¹École Polytechnique de Montréal

CP 6079, Succursale Centre Ville, Montréal (Québec), H3C 3A7, Canada

²Laboratoire des Signaux et Systèmes - Supelec

3, rue Joliot-Curie, Plateau de Moulon, 91192 Gif-sur-Yvette Cedex, France

allain_m@grbb.polymtl.ca, goussard@grbb.polymtl.ca, idier@lss.supelec.fr

Résumé – Omniprésente il y a 10 ans en milieu clinique, la tomographie axiale est aujourd’hui massivement remplacée par la tomographie hélicoïdale qui permet un examen moins invasif au prix d’une dégradation de la précision des reconstructions et de l’apparition d’éventuels artefacts. Cette communication présente une méthode de reconstruction originale qui permet d’améliorer notablement la précision des images tomographique hélicoïdale, tout en conservant un coût d’implantation informatique raisonnable.

Abstract – Over the last decade, axial computerized tomography has been extensively replaced by helical tomography that permit less invasive examination at the expense of degradations in the precision of the reconstructions the possible presence of specific artefacts. This study presents a new reconstruction method that brings notable enhancement in the precision of helical tomographic images at a reasonable computer cost.

1 Introduction

La tomographie à rayons X est un procédé rapide et peu invasif produisant des images tridimensionnelles (3D) à partir d’un ensemble de projections. Traditionnellement, le volume d’intérêt est produit par empilement d’une série de coupes préalablement reconstruites. En *géométrie axiale*, ces coupes sont indépendamment reconstruites à partir de jeux de projections saisies dans des plans perpendiculaires à l’axe du tomographe. Bien que généralement satisfaisante pour le diagnostic médical, la précision des volumes reconstruits est souvent trop faible pour les applications métrologiques. Cette lacune, aujourd’hui clairement identifiée [1, 2], est en partie imputable à la méthode de reconstruction bidimensionnelle (2D) utilisée : l’algorithme de *retroprojection convoluée* (RPC).

Omniprésent il y a encore 10 ans en milieu hospitalier, le mode axial a été massivement remplacé par un échantillonnage *hélicoïdal* du volume d’intérêt : le volume est imagé plus rapidement, ce qui permet d’améliorer la résolution temporelle du système d’imagerie et de diminuer la dose de rayonnement ionisant administrée au patient. Ces gains s’accompagnent souvent d’une dégradation significative de la précision des reconstructions et de l’apparition éventuelle d’artefacts. Si on écarte un possible sous-échantillonnage du volume d’intérêt, cette perte de qualité des reconstructions est liée en partie à la présence d’heuristiques¹ introduites à la seule fin de tirer partie de la RPC. Cette communication montre que le problème de reconstruction hélicoïdale peut être reformulé de manière à s’affranchir le plus possible des heuristiques et de la RPC. Cette démarche permet d’améliorer notablement la précision des volumes produits en tomographie hélicoïdale, tout en conservant un coût d’implantation informatique raisonnable.

1. On interpole les projections sur l’hélice de manière à composer des « pseudo-jeux » de projections dans des plans axiaux prédéfinis ; ce sont ces plans qui seront reconstruits.

2 Méthodologie

On s’appuie sur une discrétisation en voxels du volume d’intérêt, $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^N$ et $\mathbf{p}_h \in \mathbb{R}^{N^m}$ étant respectivement le vecteur image et le vecteur des projections tomographiques en géométrie hélicoïdale. Notre étude s’inscrit dans une approche « problème inverse » de la reconstruction tomographique [3] ; en ce sens, on cherchera à inverser un modèle direct $\mathcal{H}(\mathbf{f})$ de tomographie hélicoïdale qui reste à construire. D’autre part, la reconstruction tomographique étant un problème d’inversion mal posé, on prendra soin de *régulariser* le problème initial par un modèle d’image soigneusement choisi. Dans ce cadre, le volume reconstruit $\hat{\mathbf{f}}$ est obtenu en résolvant un problème d’optimisation non contraint,

$$\hat{\mathbf{f}} \in \underset{\mathbf{f}}{\operatorname{arg\,min}} J(\mathbf{f}) \quad \text{où} \quad (1)$$

$$J(\mathbf{f}) = \Omega(\mathcal{H}(\mathbf{f}) - \mathbf{p}_h) + \lambda\Phi(\mathbf{f}) ; \quad \lambda \geq 0, \quad (2)$$

ainsi, $\hat{\mathbf{f}}$ résulte d’un compromis entre l’effet d’un modèle d’image régularisant l’inversion et d’un terme $\Omega(\cdot)$ mesurant, *via* la modélisation du procédé de projection l’adéquation entre les données \mathbf{p}_h et l’image \mathbf{f} . λ est un paramètre à ajuster pour pondérer l’importance relative des deux composantes du critère (2). Les difficultés méthodologiques rencontrées lors de la résolution de (1) dépendent intimement des spécificités du modèle direct et du modèle d’image retenus. La prochaine section montre que, sous des hypothèses usuelles, le modèle direct peut être structurellement simple.

3 Modèle direct

La formulation de $\mathcal{H}(\mathbf{f})$ qui suit est originale dans la mesure où elle étend au cadre hélicoïdale une démarche de modélisation existant en géométrie axiale ; à ce propos, on rappelle qu’en tomographie axiale la discrétisation de la transformée de Radon 2D conduit à un opérateur linéaire

de grande taille structurellement creux [2]. La formulation hélicoïdale se distingue néanmoins par son caractère intrinsèquement 3D et par l'augmentation notoire de la taille du problème numérique qui en découle.

Inscrivons le volume d'intérêt dans un système d'axes (XYZ), l'axe du tomographe étant l'axe OZ. Posons $\mathbf{f} = \{\mathbf{f}_k \in \mathbb{R}^L\}_{k=1}^K$ avec K le nombre de plan de voxels, et introduisons l'angle de projection θ défini sur \mathbb{R} dont le modulo 2π est $\bar{\theta}$, angle de projection dans le plan de l'image XOY. Il importe de souligner qu'un angle $\theta = \theta_i$ définit de manière univoque un couple $(\bar{\theta} = \bar{\theta}_i, z = z_i)$; i.e. une projection d'angle θ_i définit une et une seule projection axiale dans le volume. Enfin, nous tiendrons compte de l'épaisseur axiale δ du faisceau dans le modèle direct; δ est usuellement de l'ordre du côté d'un voxel ou légèrement inférieure. La figure 1 illustre la situation que nous venons de décrire: la projection courante d'angle θ_i met uniquement en jeu les plans de voxels k et $k+1$, la contribution de chacun d'eux étant respectivement de γ_i et de $1-\gamma_i$, où $\gamma_i \in [0; 1]$ représente la proportion d'épaisseur de faisceau chevauchant le k -ème plan. L'ensemble $\{\theta_i\}_{i=1}^{N_p}$ des

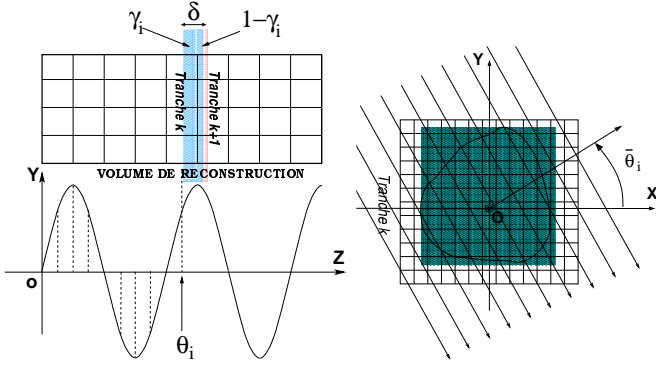


FIG. 1: Projection en géométrie hélicoïdale dans le plan YOZ (gauche) et dans le plan XOY (droite).

angles de projection est fixé par le contexte de mesure (pas de l'hélice, pas d'échantillonnage); la discrétisation du volume d'intérêt (extension du volume, épaisseur d'une tranche) va, pour chacune des tranches, conditionner les angles de projection ainsi que les proportions de faisceau correspondantes. On associe à \mathbf{f}_k l'ensemble \mathbf{p}_k de projections d'angles $\{\theta_k^j\}_{j=1}^{N_k}$; on a

$$\mathbf{p}_k = \underbrace{\begin{bmatrix} \gamma_k^1 \mathbf{W}_k^1 & (1-\gamma_k^1) \mathbf{W}_k^1 \\ \vdots & \vdots \\ \gamma_k^{N_k} \mathbf{W}_k^{N_k} & (1-\gamma_k^{N_k}) \mathbf{W}_k^{N_k} \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_k} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_k \\ \mathbf{f}_{k+1} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

avec $\mathbf{W}_k^j \in \mathbb{R}^{R \times L}$, R étant le nombre de rayons dans une projection. \mathbf{W}_k^j et γ_k^j représentent respectivement, pour la j -ème projection de la tranche k , l'opérateur de projection axial discrétisé² d'angle θ_k^j et la proportion d'épaisseur de faisceau associée. On notera que \mathbf{H}_K doit être adapté pour tenir compte de « l'effet de bord ». La relation (3) conduit

2. L'entrée (r, l) de \mathbf{W}_k^j représente la contribution du pixel $l \in \{1, \dots, L\}$ dans le rayons $r \in \{1, \dots, R\}$ de la projection courante; on s'appuie ici sur un modèle axial à rayon infiniment fin.

à modéliser le problème direct en tomographie hélicoïdale par la relation linéaire suivante :

$$\mathbf{p}_h = \mathcal{H}(\mathbf{f}) = \mathbf{H}\mathbf{f}, \quad (4)$$

où $\mathbf{p}_h^t = [\mathbf{p}_1^t, \dots, \mathbf{p}_K^t]$, et $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{N_m \times N}$ est telle que

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \boxed{\mathbf{H}_1} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boxed{\mathbf{H}_2} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \boxed{\mathbf{H}_K} \end{bmatrix}; \quad (5)$$

le recouvrement entre blocs contigus est de L colonnes. Notons qu'en général, les blocs \mathbf{H}_k diffèrent tous les uns des autres: cette situation découle de l'absence d'invariance spatiale du modèle direct tant dans le plan de l'image (invariance usuelle en restauration d'images) que selon l'axe OZ du tomographe (invariance intrinsèque en tomographie 3D axiale).

La mise en œuvre d'un algorithme d'inversion nécessite la construction *explicite* de \mathbf{H} ; or la taille considérable de cet opérateur (typiquement de l'ordre de 10^{15} éléments) rend cette opération très délicate. Cet obstacle majeur peut être en partie contourné si chaque rotation parcourt un nombre entier P de plans de voxels. Dans ce cas, le modèle direct est « P invariant » suivant l'axe OZ: un ensemble réduit de paramètres suffit à décrire \mathbf{H} qui devient,

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \boxed{\mathbf{H}_r} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boxed{\mathbf{H}_r} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \boxed{\widehat{\mathbf{H}}_r} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

où \mathbf{H}_r regroupe sous une structure identique à celle de l'égalité (5) un ensemble de P matrices $\{\mathbf{H}_k\}_{k=1}^{P \leq K}$ définissant l'opération de projection sur un tour; $\widehat{\mathbf{H}}_r$ diffère de \mathbf{H}_r pour tenir compte de l'extension finie du volume de reconstruction³. Cette structure « quasi » circulante par blocs (le recouvrement étant toujours de L éléments) permet de diminuer sensiblement le coût informatique de l'algorithme de reconstruction. Soulignons que l'échantillonnage axial du volume d'intérêt peut toujours être ajusté pour faire apparaître cette invariance du modèle direct; en ce sens, adopter cette simplification ne nuit pas à la généralité de cette étude. Le modèle direct étant construit, il reste à choisir le modèle d'image régularisant l'inversion; ce point fait l'objet de la section suivante.

4 Régularisation L_2L_1

Le modèle d'image choisi doit permettre de stabiliser l'inversion tout en favorisant l'apparition de caractéristiques attendues dans le volume reconstruit; ainsi, la pertinence d'une pénalisation Φ relève en partie du

3. $\widehat{\mathbf{H}}_r$ tient compte de l'effet de bord dû à la dernière tranche; d'autre part, si K n'est pas un multiple de P (i.e. la dernière rotation n'est pas complète), $\widehat{\mathbf{H}}_r$ comporte moins de P blocs matriciels.

domaine d'application. Puisque les éléments à imager dans le corps humain sont majoritairement des zones 3D homogènes séparées par des interfaces franches, *la précision des images passe par une reconstruction précise des frontières*. On adoptera donc un modèle d'image 3D qui pénalise les irrégularités locales tout en préservant généralement bien les discontinuités; plus spécifiquement, nous utilisons [4]

$$\Phi(\mathbf{f}) = \sum_{c \in C} \phi(u_c; s) \text{ avec} \quad (7)$$

$$\phi(u_c; s) = \sqrt{u_c^2 + s^2}; \quad s > 0, \quad (8)$$

s est un paramètre d'échelle qu'il est nécessaire d'ajuster; C est l'ensemble des M paires de voxels voisins dans l'image, cet ensemble découlant d'un système à 10 voisins tel que présenté à la figure 2. On note $u_c = \mathbf{d}_c^t \mathbf{f}$ la

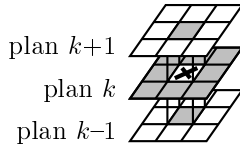


FIG. 2: *Système de voisinage 3D retenu: le voxel courant (croix) interagit avec 8 voisins dans le plan de l'image et 2 voisins dans l'axe du tomographe.*

différence entre les voxels de la paire c ; le support de \mathbf{d}_c se limitant à c . Un modèle tel que (8) est dit de type L_2L_1 : son comportement est quadratique pour $u_c \rightarrow 0$ et linéaire pour $u_c \rightarrow +\infty$; ces pénalisations ont montré de bonnes performances dans des applications similaires [1]. Soulignons qu'une telle pénalisation est convexe, coercive et continûment différentiable (C^1); ces propriétés permettent de ne pas alourdir inconsidérément le volume de calcul nécessaire pour résoudre (1).

5 Inversion

La formulation complète du problème de reconstruction défini par (1,2) requiert d'explicitier $\Omega(\cdot)$. Dans ce qui suit, la distance euclidienne servira à mesurer l'adéquation entre les mesure \mathbf{p}_h et la sortie prédite par notre modèle (4), i.e. $\Omega(\cdot) = \|\cdot\|^2$; l'objectif à minimiser est alors de type *moindres carrés pénalisés*; il s'écrit

$$J(\mathbf{f}) = \|\mathbf{p}_h - \mathbf{H}\mathbf{f}\|^2 + \lambda \sum_{c=1}^M \sqrt{u_c^2 + s^2}; \quad (9)$$

cet objectif est au moins C^1 , convexe et coercif: ces deux dernières propriétés garantissent *l'existence d'un point stationnaire $\hat{\mathbf{f}}$ unique pour J* . Bien qu'une résolution explicite du problème régularisé soit impossible, notre contexte d'inversion est formellement favorable: la convexité de J permet d'assurer qu'il n'existe pas de minima locaux; on évite ainsi le recours aux techniques algorithmiques lourdes (e.g. recuit simulé) au profit d'approches algorithmiques standard (e.g. algorithmes de descente). Ce contexte ne doit pourtant pas masquer le caractère ardu de la mise en œuvre: la taille du problème numérique associé à la minimisation de (9) est très élevé (usuellement, plus de 10^6 variables) et comparativement

beaucoup plus importante qu'en mode axial. Dans ces conditions, l'implantation d'algorithmes possédant de bonnes propriétés de convergence (e.g. quasi-Newton) devient difficile; notre objectif est alors de construire un algorithme qui reste efficace pour un coût d'implantation réduit.

Approche semi-quadratique - Notre algorithme s'appuie sur une reformulation du problème régularisé qui permet, par l'introduction d'un vecteur dual $\mathbf{l} = \{l_c\}_{c=1}^M$, de construire un critère *semi-quadratique* $\mathcal{K}(\mathbf{f}, \mathbf{l})$ tel que,

$$(a) \min_{\mathbf{l}} \mathcal{K}(\mathbf{f}, \mathbf{l}) = J(\mathbf{f}),$$

$$(b) \mathcal{K}(\mathbf{f}, \cdot) \text{ est quadratique,}$$

$$(c) \text{ la minimisation de } \mathcal{K}(\cdot, \mathbf{l}) \text{ est immédiate;}$$

il devient alors *structurellement avantageux* d'optimiser J au travers de \mathcal{K} : b) et c) suggèrent que la minimisation alternée des voxels et des variables duales est d'un coût d'implantation réduit; la convergence vers l'optimum $(\hat{\mathbf{f}}, \hat{\mathbf{l}})$ du schéma algorithmique étant garantie par la convexité de \mathcal{K} [5]. On adoptera la démarche de GEMAN & REYNOLDS [6] qui permet d'écrire, sous réserve que ϕ vérifie certaines conditions techniques supplémentaires⁴,

$$\mathcal{K}(\mathbf{f}, \mathbf{l}) = \|\mathbf{p}_h - \mathbf{H}\mathbf{f}\|^2 + \lambda \sum_{c=1}^M l_c u_c^2 + \psi(l_c),$$

où $\psi(l_c) = \sup_{u_c} (\phi(u_c) - l_c u_c^2)$ est *convexe conjuguée* de $-\phi(\sqrt{\cdot})$. Dans ce cas, la minimisation de $\mathcal{K}(\mathbf{f}, \mathbf{l} = \bar{\mathbf{l}})$ revient à résoudre l'équation normale suivante pour \mathbf{f}

$$(\mathbf{H}^t \mathbf{H} + \lambda \mathbf{D} \bar{\mathbf{L}} \mathbf{D}^t) \mathbf{f} = \mathbf{H}^t \mathbf{p}_h,$$

avec $\mathbf{D} = [\mathbf{d}_1 | \dots | \mathbf{d}_P]$ et $\bar{\mathbf{L}} = \text{diag}\{\bar{l}_c\}$. D'autre part, conformément à un résultat d'analyse convexe [5], le minimiseur de $\mathcal{K}(\mathbf{f} = \bar{\mathbf{f}}, \mathbf{l})$ est atteint pour

$$\mathbf{l} = \phi'(\bar{u}_c)/2\bar{u}_c. \quad (12)$$

Mise en œuvre - Il est intéressant de combiner le faible coût d'une résolution *Single Site Update* [2] (SSU) avec la simplicité structurelle d'une formulation augmentée: on alterne alors mise à jour du voxel $[\mathbf{f}]_i$ et mise à jour des variables duales correspondantes par (12). La forme semi-quadratique du critère permet une mise à jour explicite du i -ème voxel telle que $[\mathbf{f}]_i^{(new)} = [\mathbf{f}]_i^{(old)} + \omega \theta$, avec

$$\theta = \frac{[\mathbf{H}^t \mathbf{p}_h]_i - ([\mathbf{H}^t \mathbf{H}]_{i,i}^t + \lambda [\mathbf{D} \mathbf{L}^{(old)} \mathbf{D}^t]_{i,i}) [\mathbf{f}]_i^{(old)}}{[\mathbf{H}^t \mathbf{p}_h]_{i,i} + \lambda [\mathbf{D} \mathbf{L}^{(old)} \mathbf{D}^t]_{i,i}}, \quad (13)$$

où $\mathbf{f}^{(old)}$ et $\mathbf{L}^{(old)}$ sont respectivement l'image avant mise à jour et la matrice diagonale des variables duales associées. ω est un coefficient de sur-relaxation qui permet d'accélérer la convergence. Les spécificités de \mathbf{H} et de $\mathbf{D} \mathbf{D}^t$ permettent d'implanter (13) à faible coût: l'espace mémoire requis pour stocker \mathbf{p}_h , \mathbf{f} , \mathbf{l} et \mathbf{H} est de l'ordre de $N_m + 3N + 2R \times P \times L$ éléments; le volume de calcul est dominé par le produit scalaire $[\mathbf{H}^t \mathbf{H}]_{i,i}^t \mathbf{f}$, qui requiert L opérations. Un avantage de l'approche SSU est également de permettre l'introduction de contraintes de type « borne » (e.g. positivité) lors de la mise à jour; enfin, mentionnons que la vitesse de convergence de l'approche SSU reste appréciable pour le problème de tomographie axiale [7].

4. 1) ϕ est paire; 2) $\phi(\sqrt{\cdot})$ est strictement concave sur \mathbb{R}^+ ; 3) ϕ est continue en 0 et C^1 sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. Notons que la pénalisation définie par (8) vérifie ces 3 conditions.

Inversion approchée rapide - L'emploi du tomographe hélicoïdal comme *outil diagnostique* justifie souvent qu'on sacrifie en partie la précision propre à l'inversion régularisée pour favoriser l'efficacité d'implantation. Une possibilité est alors de résoudre approximativement le problème 3D initial par reconstruction successive de chaque plan d'image à partir d'un faible jeu de données. Ainsi en s'appuyant sur (3) et (5), on en déduit l'approximation

$$\underline{p}_k \approx \underline{H}_k \underline{f}_k$$

où $\underline{f}_k^t = [f_{k-1}^t, f_k^t, f_{k+1}^t]$, \underline{H}_k rassemble sous une structure telle que (5) les blocs $\{H_{k-1}, H_k, H_{k+1}\}$, et \underline{p}_k rassemble les projections impliquant directement le k -ème plan d'intérêt (c.à.d. p_{k-1} et p_k). Les trois plans constituant \underline{f}_k peuvent alors être reconstruits en résolvant le problème régularisé,

$$\tilde{\underline{f}}_k = \begin{bmatrix} \tilde{f}_{k-1} \\ \tilde{f}_k \\ \tilde{f}_{k+1} \end{bmatrix} = \arg \min_{\underline{f}_k} \|\underline{p}_k - \underline{H}_k \underline{f}_k\|^2 + \lambda \Phi(\underline{f}_k);$$

$\tilde{\underline{f}}_k$ constitue une approximation de $\hat{\underline{f}}_k$, k -ème plan de $\hat{\underline{f}}$. Ce problème de reconstruction ($K/3$ fois moins important que le problème original) peut généralement être résolu en s'appuyant sur un algorithme à convergence rapide (quasi-Newton, gradient conjugué pré-conditionné...). Soulignons cependant que l'image 3D reconstruite va subir une dégradation de résolution, notamment axiale. Notons enfin que cette technique permet de reconstruire « à la volée » un ou plusieurs plans d'intérêt lors de l'examen tomographique.

6 Résultats

Notre approche régularisée a été comparée aux techniques standard de reconstruction sur des données synthétiques. Pour ce faire, un jeu de projections en géométrie hélicoïdale a été produit en s'appuyant sur le modèle direct décrit en section 3 et sur un fantôme numérique 3D. Le fantôme est constitué de formes géométriques variées afin d'évaluer de manière réaliste la résolution 3D des méthodes de reconstruction. Les projections sont produites à partir de 40 coupes extraites uniformément sur toute la longueur du fantôme (cf. figure 3); le contexte de mesure est tel que chaque plan d'image bénéficie de 5 projections saisies uniformément sur une demi rotation, l'épaisseur du faisceau correspondant à l'épaisseur d'une tranche. Un bruit blanc centré gaussien a été ajouté aux données afin de simuler l'effet de différentes sources de bruit (le rapport signal à bruit est de 26 dB). Ces projections bruitées sont ensuite utilisées pour reconstruire les 40 plans d'intérêt, soit par approche régularisée (optimale ou approchée) soit par une technique standard basée sur l'interpolation « half-scan » (HS) du jeu de projections et la RPC [8]. La figure 3 illustre la très nette supériorité des approches régularisées sur la méthode standard; un critère quantitatif de type *erreur quadratique moyenne* sur le volume complet révèle une erreur relative 14 fois moins importante pour l'approche régularisée exacte et 12 fois moins importante pour celle approchée.

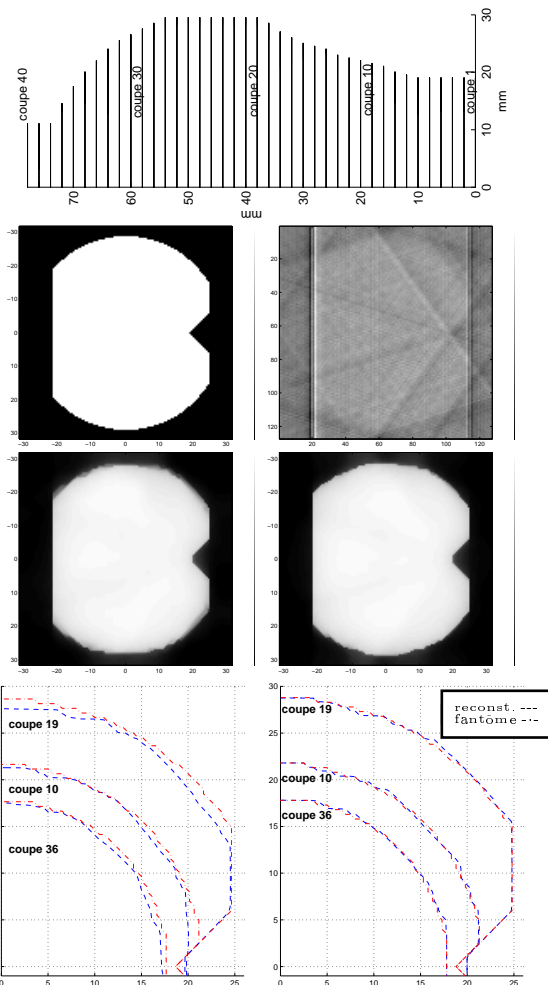


FIG. 3: [Haut] - profil du fantôme suivant l'axe OZ. [Centre] - plan 19 (O): fantôme, RPC + HS, L_2L_1 optimal, L_2L_1 rapide. [Bas] - contours extraits d'une reconstruction L_2L_1 (→): optimal, rapide.

Références

- [1] N. Villain, Y. Goussard, J. Idier, et S. Brette, « 3-D Edge-Preserving Image Enhancement for Computed Tomography », *Submitted to IEEE Medical Imaging*.
- [2] C. Bouman et K. Sauer, « A generalized Gaussian image model for edge-preserving MAP estimation », *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 2, n° 3, pp. 296–310, juillet 1993.
- [3] G. Demoment, « Image reconstruction and restoration: Overview of common estimation structure and problems », *IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-37, n° 12, pp. 2024–2036, décembre 1989.
- [4] P. J. Green, « Bayesian reconstructions from emission tomography data using a modified EM algorithm », *IEEE Trans. Medical Imaging*, vol. 9, pp. 84–93, mars 1990.
- [5] J. Idier, « Convex edge-preserving criteria and interacting dual processes for image restoration », *IEEE Trans. Image Processing*, juillet 2001.
- [6] S. Geman et G. Reynolds, « Constrained restoration and recovery of discontinuities », *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. PAMI-14, n° 3, pp. 367–383, mars 1992.
- [7] K. Sauer et C. Bouman, « A local update strategy for iterative reconstruction from projections », *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. SP-41, n° 2, pp. 534–548, février 1993.
- [8] Y. Bresler et C. Skrabacz, « Optimal interpolation in helical scan 3D CT », *ICASSP*, vol. 3, pp. 1472–1475, 1989.