



# Un nouvel algorithme de déconvolution impulsionnelle avec prise en compte de saturations.

Frédéric Champagnat et Jérôme Idier  
Laboratoire des signaux et systèmes (CNRS-ESE-UPS),  
Plateau de Moulon, 91192 Gif-sur-Yvette Cedex

## RÉSUMÉ

Dans cette communication nous proposons une nouvelle structure algorithmique pour la déconvolution impulsionnelle par modèles bernoulli-gaussiens. Cette structure se révèle efficace en charge de calcul et en encombrement mémoire lorsque la quantité d'impulsions détectées est modérée. Dans un deuxième temps, nous nous intéressons à la prise en compte de saturations en associant des pré-traitements et une version de l'algorithme traitant le cas d'un bruit blanc non-stationnaire.

## ABSTRACT

In this communication we introduce a new algorithm designed for the restoration of sparse spike trains using Bernoulli-Gaussian models. This algorithm proves to drastically reduce both computational load and memory requirements when the number of detected spikes is moderate. Then we address the problem of saturated data, which we tackle by a combination of pre-processing and a version of the algorithm suited to white non-stationary noise.

## 1. INTRODUCTION

CETTE communication a pour objet la restauration de signaux impulsionnels dégradés successivement par un système linéaire et un bruit additif. On rencontre ce type de problème essentiellement en échographie de milieux stratifiés, dans des domaines d'application tels que le contrôle non destructif (CND), le génie biomédical (GBM) et la prospection sismique en géophysique.

Un modèle linéaire très classique en échographie considère le signal mesuré en surface comme la convolution bruitée d'une « ondelette » (forme temporelle de l'onde incidente) et de la réflectivité du milieu insonifié. Lorsque le milieu est constitué de couches homogènes, seules les interfaces entre couches réfléchissent du signal, c'est pourquoi le signal de réflectivité à estimer apparaît comme un train d'impulsions peu denses. Il s'agit donc d'un problème de « déconvolution impulsionnelle ».

Mendel et coll. [1][2] suivis par d'autres [3] ont proposé de rendre compte de cette caractéristique à l'aide de modèles bernoulli-gaussiens (BG). Les différents algorithmes issus de modèles BG présentent à divers degrés un caractère sous-optimal, en raison de la complexité exponentielle liée à l'étape de localisation des réflecteurs. Notre expérience, confirmée par d'autres études comparatives, nous incite à penser que les schémas d'exploration itératifs de type SMLR donnent les meilleurs résultats pour un coût numérique raisonnable. Ce type d'algorithme a été introduit par Mendel [1] dans le cas d'une modélisation ARMA de l'ondelette. Goussard et coll. [3] ont proposé une variante du SMLR associée à un modèle MA de l'ondelette ; l'avantage est double :

- en déconvolution myope, la forme MA est plus facilement identifiable que la forme ARMA,
- l'algorithme proposé dans [3] est beaucoup plus sim-

ple et propice à des extensions [4].

En revanche cet algorithme requiert un encombrement mémoire en  $O(N^2)$ , où  $N$  est la taille du signal à restaurer, ce qui limite en pratique à quelques centaines d'échantillons la taille des signaux traitables.

La première contribution de cette communication est de proposer une nouvelle structure algorithmique itérative, associée à la forme MA comme la précédente [3], mais qui tire parti du caractère creux de certaines matrices de covariance pour réduire l'encombrement mémoire de façon drastique : alors que celui-ci était proportionnel au carré de la taille des signaux à traiter, il est désormais réduit au carré du nombre de réflecteurs détectés, soit une réduction de plusieurs ordres de grandeur (de  $10^2$  à  $10^6$  en pratique). Cette réduction permet désormais de traiter des signaux impulsionnels sans limitation de taille - des enregistrements de plusieurs milliers de points sont fréquents en échographie -.

Dans un deuxième temps, nous montrons que le nouvel algorithme se prête aussi bien que le précédent à des extensions permettant de s'adapter à différentes situations pratiques. Nous considérons plus spécifiquement le cas de mesures partiellement saturées lors de leur acquisition. Ce phénomène, fréquent en GBM et en CND, résulte de la forte dynamique des signaux mesurés ; en particulier, l'« écho de surface » (transition air/matériau) est beaucoup plus puissant que les suivants. Or une mauvaise restitution de cette première réflexion nuit à la restitution de réflecteurs proches, plus faibles, qui peuvent correspondre en CND à des défauts de la structure sous la surface. Pour remédier à ce problème, nous proposons d'introduire des corrections *ad hoc* de moyenne et de variance pour chaque saturation. La prise en compte de ces non-stationnarités témoigne de la souplesse de la structure algorithmique présentée.



## 2. DÉCONVOLUTION BG

Nous adoptons le modèle classique en échographie qui considère les observations  $z(\cdot)$  comme la convolution bruitée de la réflectivité inconnue  $r(\cdot)$  et de l'ondelette à durée finie  $h(\cdot)$ :

$$z(k) = \sum_{i=0}^l h(i)r(k-i) + n(k), \quad k = 1..M, \quad (1)$$

où  $n(\cdot)$  représente le bruit de mesure. Cette équation s'écrit sous forme matricielle :

$$\mathbf{z} = H\mathbf{r} + \mathbf{n}. \quad (2)$$

$H$  est une matrice de Toeplitz ( $M \times N$ ) dont la structure exacte dépend d'hypothèses de fenêtrage adoptées sur l'entrée. Le bruit  $\mathbf{n}$  est supposé gaussien centré de covariance connue  $r_n\Gamma$ , et indépendant de  $\mathbf{r}$ . Des structures possibles de  $\Gamma$  seront envisagées en 2.1. La restauration de  $\mathbf{r}$  à partir des données  $\mathbf{z}$ , de la matrice  $H$  et de  $r_n\Gamma$  constitue un problème *mal-posé* que l'on régularise ici dans un contexte bayésien : nous adoptons un modèle BG pour l'entrée traduisant le caractère impulsionnel de la réflectivité. Celui-ci peut être considéré comme un processus blanc composite  $x = (q, r)$  :

- $q(k)$  est une variable de Bernoulli, avec  $\lambda \triangleq P(q(k) = 1)$ .
- Sachant  $q(k)$ ,  $r(k)$  est une variable gaussienne centrée de variance  $r_x q(k)$ .

Nous adoptons une stratégie de détection/estimation fondée sur un critère MAP marginal (MMAP) pour  $q$  et une estimation MAP de  $r$  :

$$\hat{\mathbf{q}} \triangleq \arg \max P(\mathbf{q} | \mathbf{z}), \quad (3)$$

$$\hat{\mathbf{r}} \triangleq \arg \max p(\mathbf{r} | \hat{\mathbf{q}}, \mathbf{z}). \quad (4)$$

Connaissant  $\mathbf{q}$ ,  $p(\mathbf{r} | \mathbf{q}, \mathbf{z})$  est une densité gaussienne en raison de la linéarité du modèle et de l'hypothèse de normalité sur  $\mathbf{r} | \mathbf{q}$  et sur le bruit. On obtient facilement l'estimée  $\hat{\mathbf{r}}$  à l'aide des formules d'estimation linéaire gaussienne :

$$\hat{\mathbf{r}} = \Pi H' B^{-1} \mathbf{z} \text{ avec } B \triangleq H \Pi H' + r_n \Gamma \quad (5)$$

où  $\Pi$  désigne la covariance *a priori* de  $\mathbf{r} | \mathbf{q}$ . D'après la définition d'un processus BG :

$$\Pi = r_x Q \text{ où } Q = \text{Diag}(\mathbf{q}). \quad (6)$$

Le problème le plus difficile reste la phase de détection, *i.e.* la maximisation de  $P(\mathbf{q} | \mathbf{z}) \propto p(\mathbf{z} | \mathbf{q})P(\mathbf{q})$  par rapport à  $\mathbf{q}$ . La matrice  $B$  étant également la covariance de  $\mathbf{z} | \mathbf{q}$ , le critère de détection peut s'exprimer à l'aide de  $B$  :

$$L_M(\mathbf{q}) = -\mathbf{z}' B^{-1} \mathbf{z} - \ln |B| - 2N_e \ln(1/\lambda - 1) \quad (7)$$

où  $N_e$  est le nombre d'échantillons non nuls de  $\mathbf{q}$ .

### 2.1. ALGORITHME

Les algorithmes de type SMLR fonctionnent selon le principe suivant : étant donnée une séquence courante quelconque  $\mathbf{q}_0$ , on explore un ensemble de séquences *voisines*  $\mathbf{q}_k$ ,  $k = 1..N$ , qui diffèrent de  $\mathbf{q}_0$  uniquement au site  $k$ . La séquence ayant la meilleure valeur de critère MMAP est alors sélectionnée comme prochaine séquence courante. Ce

procédé garantit seulement la convergence vers un optimum local qui est néanmoins satisfaisant dans de nombreuses situations pratiques. Soit  $\mathbf{v}_k$  le  $N$ -vecteur dont toutes les coordonnées sont nulles sauf la  $k$ -ième qui est égale à 1. Dans la suite toute quantité relative à la séquence  $\mathbf{q}_k$ ,  $k = 0..N$  sera indicée par  $k$  ; les quantités non indicées sont relatives à une séquence  $\mathbf{q}$  quelconque. On recherche une relation liant  $L_M(\mathbf{q}_k)$  et  $L_M(\mathbf{q}_0)$  ; d'après (5) et (6) :

$$\Pi_k = \Pi_0 + \epsilon_k r_x \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k' \quad (8)$$

$$B_k = B_0 + \epsilon_k r_x H \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k' H' \quad (9)$$

où  $\epsilon_k$  vaut 1 (resp. -1) si 1 est ajouté (resp. enlevé) de la séquence  $\mathbf{q}_0$  au site  $k$ . On posera dans la suite :

$$\mathbf{h}_k \triangleq H \mathbf{v}_k \text{ et } \rho_k \triangleq \epsilon_k r_x^{-1} + \mathbf{h}_k' B_0^{-1} \mathbf{h}_k. \quad (10)$$

En appliquant le lemme d'inversion à (9), il vient :

$$B_k^{-1} = B_0^{-1} - B_0^{-1} \mathbf{h}_k \rho_k^{-1} \mathbf{h}_k' B_0^{-1}, \quad (11)$$

$$\mathbf{z}' B_k^{-1} \mathbf{z} = \mathbf{z}' B_0^{-1} \mathbf{z} - (\mathbf{z}' B_0^{-1} \mathbf{h}_k)^2 \rho_k^{-1}. \quad (12)$$

On montre également (cf. [3]) à partir de (9)

$$|B_k| = |B_0| \epsilon_k r_x \rho_k. \quad (13)$$

Ces expressions permettent de calculer itérativement  $L_M(\mathbf{q}_k)$  à partir de  $L_M(\mathbf{q}_0)$ , puis de remettre à jour  $B_0^{-1}$  pour l'itération suivante. Elles sont la base des algorithmes de type SMLR. En fait l'algorithme développé dans [3] remet à jour la quantité auxiliaire  $A = H' B^{-1} H$ , qui permet une meilleure efficacité numérique. Le coût numérique associé est de  $O(N^2)$  par itération. L'inconvénient majeur de cette forme est l'encombrement mémoire lié aux manipulations de la matrice  $A$  de taille  $N \times N$ . Nous proposons dans la suite de changer de quantité auxiliaire en remarquant que la matrice  $B$  est la somme d'une matrice constante et d'une matrice de rang  $N_e$ . En effet, notons  $D$  la matrice  $N \times N_e$  constituée des colonnes non nulles de  $Q$  et  $G = HD$ . Substituons dans (5) et (6) :

$$\Pi = D r_x D' \text{ puis } B = G r_x G' + r_n \Gamma; \quad (14)$$

$$\text{il vient } B^{-1} = \frac{1}{r_n} (\Gamma^{-1} - r_x \Gamma^{-1} G C^{-1} G' \Gamma^{-1}) \quad (15)$$

où  $C \triangleq r_x G' \Gamma^{-1} G + r_n I$  est de taille  $N_e \times N_e$ . Ceci permet d'exprimer les quantités intervenant à droite de (12) en fonction de  $C_0$  :

$$r_n \mathbf{z}' B_0^{-1} \mathbf{h}_k = \mathbf{z}' \Gamma^{-1} \mathbf{h}_k - r_x \mathbf{z}' \Gamma^{-1} G_0 C_0^{-1} G_0' \Gamma^{-1} \mathbf{h}_k \quad (16)$$

$$r_n \mathbf{h}_k' B_0^{-1} \mathbf{h}_k = \mathbf{h}_k' \Gamma^{-1} \mathbf{h}_k - r_x \mathbf{h}_k' \Gamma^{-1} G_0 C_0^{-1} G_0' \Gamma^{-1} \mathbf{h}_k \quad (17)$$

où les quantités  $\mathbf{z}' \Gamma^{-1} \mathbf{h}_k$ ,  $\mathbf{h}_k' \Gamma^{-1} \mathbf{h}_k$ ,  $\mathbf{z}' \Gamma^{-1} G_0$  et  $G_0' \Gamma^{-1} \mathbf{h}_k$  sont extraites de la matrice  $H' \Gamma^{-1} H$  et du vecteur  $H' \Gamma^{-1} \mathbf{z}$ , tous deux calculables à l'avance. Ainsi le calcul itératif de  $L_M(\mathbf{q})$  peut être effectué en utilisant uniquement la matrice  $C^{-1}$ . Pour pouvoir poursuivre l'algorithme, il ne manque que la remise à jour de la matrice  $C^{-1}$  qui à chaque itération change de dimensions suivant que l'on ajoute ou que l'on enlève un réflecteur à la séquence courante  $\mathbf{q}_0$ . Nous ne traitons ici que de l'addition d'un réflecteur, l'autre possibilité s'en déduisant immédiatement. L'addition d'un réflecteur au site  $k$  se traduit par une récurrence sur  $C$  :

$$C_k = \begin{bmatrix} C_0 & r_x G_0' \Gamma^{-1} \mathbf{h}_k \\ r_x \mathbf{h}_k' \Gamma^{-1} G_0 & r_n + r_x \mathbf{h}_k' \Gamma^{-1} \mathbf{h}_k \end{bmatrix} \quad (18)$$



en utilisant le lemme d'inversion des matrices partitionnées :

$$C_k^{-1} = \begin{bmatrix} C_0^{-1} + \mathbf{b}\alpha^{-1}\mathbf{b}' & \mathbf{b} \\ \mathbf{b}' & \alpha \end{bmatrix} \quad (19)$$

où  $\mathbf{b} \triangleq -r_x \alpha C_0^{-1} G_0' \Gamma^{-1} \mathbf{h}_k$  et  $\alpha \triangleq (\rho_k r_x r_n)^{-1}$ .

Une fois la séquence optimale  $\hat{\mathbf{q}}$  sélectionnée, l'estimée  $\hat{\mathbf{r}}$  s'exprime simplement comme un sous-produit des calculs précédents :

$$\hat{\mathbf{r}} = D\bar{\mathbf{r}} \text{ avec } \bar{\mathbf{r}} = r_x C^{-1} G' \Gamma^{-1} \mathbf{z}. \quad (20)$$

L'algorithme de maximisation sous-optimale de  $L_M$  peut finalement s'écrire sous la forme synthétique suivante :

### 1. initialisation

$\mathbf{q}_0 = \mathbf{0}$ , spécifier  $z$ ,  $H$ ,  $\Gamma$ ,  $r_n$ ,  $r_x$ ,  $\lambda$   
calcul de  $H' \Gamma^{-1} H$   
calcul de  $H' \Gamma^{-1} \mathbf{z}$   
calcul de  $L_M(\mathbf{q}_0)$

### 2. itération

pour  $k = 1 \cdot N$  :  
calcul de  $L_M(\mathbf{q}_k)$  à l'aide de (10)–(13) (16) (17)  
sélectionner  $\hat{\mathbf{q}} = \arg \max L_M(\mathbf{q}_k)$

### 3. test d'arrêt

si  $L_M(\hat{\mathbf{q}}) \leq L_M(\mathbf{q}_0)$  alors  
calculer  $\hat{\mathbf{r}}$  d'après (20)  
**stop**

### sinon

mise à jour de  $\mathbf{q}_0 = \hat{\mathbf{q}}$   
mise à jour de  $L_M(\mathbf{q}_0) = L_M(\hat{\mathbf{q}})$   
mise à jour de  $C_0^{-1}$  d'après (19)  
**retour en 2.**

À chaque itération, c'est l'exploration du voisinage de la séquence courante qui s'avère l'étape la plus coûteuse :  $O(NN_e^2)$ , tandis que la mise à jour de  $C_0^{-1}$  ne coûte que  $O(N_e^2)$ . Ces ordres de grandeur sont à comparer à ceux de la version proposée dans [3], où l'exploration correspond à une charge de calcul de  $O(N)$  alors que la remise à jour de la matrice  $A$  est plus lourde et coûte  $O(N^2)$ . L'algorithme proposé ici est donc particulièrement compétitif quand le nombre de réflecteurs détectés ne dépasse pas  $\sqrt{N}$ .

Une fois calculées les quantités  $H' \Gamma^{-1} H$  et  $H' \Gamma^{-1} \mathbf{z}$ , par exemple dès l'étape d'initialisation, les matrices  $H$  et  $\Gamma$  n'interviennent plus directement au cours des itérations. En principe, la structure de ces matrices peut donc être parfaitement quelconque sans remettre en cause le procédé itératif de maximisation. Mais la conséquence pratique est une complexité numérique en  $O(N^4)$  et un encombrement en  $O(N^2)$ , prohibitifs pour des valeurs de  $N$  dépassant quelques centaines. Ici, nous nous limitons à un problème de déconvolution, donc à une matrice  $H$  de Toeplitz. D'autre part, l'hypothèse habituelle d'un bruit blanc stationnaire correspond pour  $\Gamma$  à la matrice identité. Suivant l'hypothèse de fenêtrage adoptée,  $H'H$  est alors Toeplitz ou proche-de-Toeplitz, et l'initialisation est réduite au calcul des autocorrélations de  $h(\cdot)$  et des intercorrélations de  $z(\cdot)$  et de  $h(\cdot)$ . L'espace mémoire nécessaire pour stocker  $H' \Gamma^{-1} H$  est dans ce cas  $O(l^2)$  au maximum, où  $l$  est la taille de l'ondelette. La charge de calcul correspondante est également en  $l^2$ . L'espace mémoire nécessaire est donc très inférieur à celui requis dans [3], en  $O(N^2)$ .

Le cas d'un bruit coloré correspond à une autre situation rencontrée en pratique [4]. En reprenant un modèle de

bruit AR d'ordre  $p$ , il est là encore possible d'obtenir une économie substantielle en coût de calcul et en mémoire de stockage grâce à la nouvelle structure algorithmique proposée. Dans la suite, nous envisageons plutôt le cas d'un bruit blanc mais non-stationnaire, et nous montrons comment utiliser l'algorithme correspondant pour traiter efficacement des données partiellement saturées lors de leur acquisition.

## 3. PRISE EN COMPTE DE SATURATIONS

Nous modélisons la saturation comme un seuillage connu en sortie de la convolution bruitée. En échographie, il est d'usage soit de négliger ce phénomène, soit de ne pas traiter les blocs d'échantillons contenant des saturations. Dans les deux cas on n'exploite pas toute l'information disponible dans les signaux. Or la prise en compte de la saturation est en principe possible dans le cadre bayésien adopté ici : partitionnons  $\mathbf{z}$  de part et d'autre de seuils inférieur et supérieur,  $\mathbf{z}_- < s_- < \mathbf{z}_0 < s_+ < \mathbf{z}_+$ . Notons  $\mathbf{z}_s$  les données saturées et redéfinissons la vraisemblance marginale :

$$P(\mathbf{q} | \mathbf{z}_s) \propto P(\mathbf{q}) \int_{s_+}^{+\infty} d\mathbf{z}_+ \int_{-\infty}^{s_-} d\mathbf{z}_- p(\mathbf{z}_0, \mathbf{z}_\pm | \mathbf{q}).$$

En pratique, il n'existe pas d'expression explicite de cette quantité, et les techniques d'approximations numériques seraient d'un coût prohibitif. Nous proposons en 3.1 une approche pragmatique mais sous-optimale, qui consiste à réestimer les données saturées et à augmenter ponctuellement la variance du bruit. Il faut ensuite modifier l'algorithme pour prendre en compte un bruit blanc non-stationnaire (BBNS) ; c'est l'objet de la section 3.2.

### 3.1. CORRECTION DES DONNÉES SATURÉES

La quantité  $E(\mathbf{z}_\pm | \mathbf{z}_0, \mathbf{z}_+ \geq s_+, \mathbf{z}_- \leq s_-)$  serait un estimateur théoriquement satisfaisant de  $\mathbf{z}_\pm$ , mais elle est incalculable. Nous effectuons donc l'estimation en deux étapes :

- prédiction à l'ordre 2 des quantités  $\mathbf{z}_\pm$  connaissant  $\mathbf{z}_0$ , étant donnée la structure de corrélation déduite de (2). On obtient pour chaque composante  $z_\pm^i$  de  $\mathbf{z}_\pm$  une estimée linéaire optimale  $\hat{z}_\pm^i$ , et une variance  $r_\pm^i$  associée. Mais ce résultat n'est pas directement exploitable car  $\hat{z}_\pm^i$  se trouve souvent en deçà des seuils de saturation ;

- on réestime séparément chaque donnée saturée  $Z_\pm^i$  par  $E(Z_\pm^i | Z_\pm^i \geq s_+)$ , en supposant  $Z_\pm^i \sim \mathcal{N}(\hat{z}_\pm^i, r_\pm^i)$ . La variance affectée à l'échantillon de bruit  $n(i)$  est  $\text{Var}(Z_\pm^i | Z_\pm^i \geq s_+)$ . Ces quantités se déduisent simplement de la fonction de répartition d'une gaussienne.

### 3.2. BRUIT NON-STATIONNAIRE

Dans notre algorithme, un BBNS rend la matrice  $\Gamma$  diagonale mais distincte de l'identité. Il en résulte un encombrement mémoire accru ( $lN$ ) pour la matrice  $H' \Gamma^{-1} H$ , qui n'est plus Toeplitz mais seulement symétrique-bande de largeur  $2l - 1$ . En fait, on peut réduire l'encombrement à  $(2l - 1)N_e$ . En effet, étant donnée une séquence courante  $\mathbf{q}_0$ , l'exploration du voisinage puis la remise à jour de  $C_0^{-1}$  requièrent les quantités  $G_0' \Gamma^{-1} \mathbf{h}_k$ ,  $k = 1 \cdot N$ , soit  $G_0' \Gamma^{-1} H$  sous forme matricielle. Or cette dernière matrice est formée des lignes de  $H' \Gamma^{-1} H$  correspondant aux éléments non nuls



de la séquence  $q_0$ . La solution préconisée est de ne conserver en mémoire que la bande non nulle de la matrice  $G'_0 \Gamma^{-1} H$  à chaque itération. Une fois adoptée la décision d'ajouter (resp. d'enlever) un réflecteur, la ligne correspondante de la matrice  $H' \Gamma^{-1} H$  est calculée et incluse dans (resp. supprimée de)  $G'_0 \Gamma^{-1} H$ .

#### 4. RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

Nous illustrons les différents traitements par l'exemple synthétique de Mendel auquel nous avons incorporé un écho de surface. Un bruit blanc gaussien est ajouté à la convoluée pour obtenir un rapport signal à bruit de 10dB, puis les données sont saturées symétriquement.

La première méthode de déconvolution correspond à la version standard (bruit blanc stationnaire), qui ignore les saturations. La seconde est une version à BBNS qui affecte aux données saturées une variance de bruit 100 fois plus élevée de manière à négliger leur contribution. La troisième méthode exploite des données corrigées conformément à la section 3.1. Les résultats autour de l'écho de surface montrent clairement que la prise en compte des saturations permet d'éliminer de nombreuses fausses alarmes, mais aussi d'estimer plus fidèlement les amplitudes de réflecteurs saturés, et même de détecter certains réflecteurs faibles voisins.

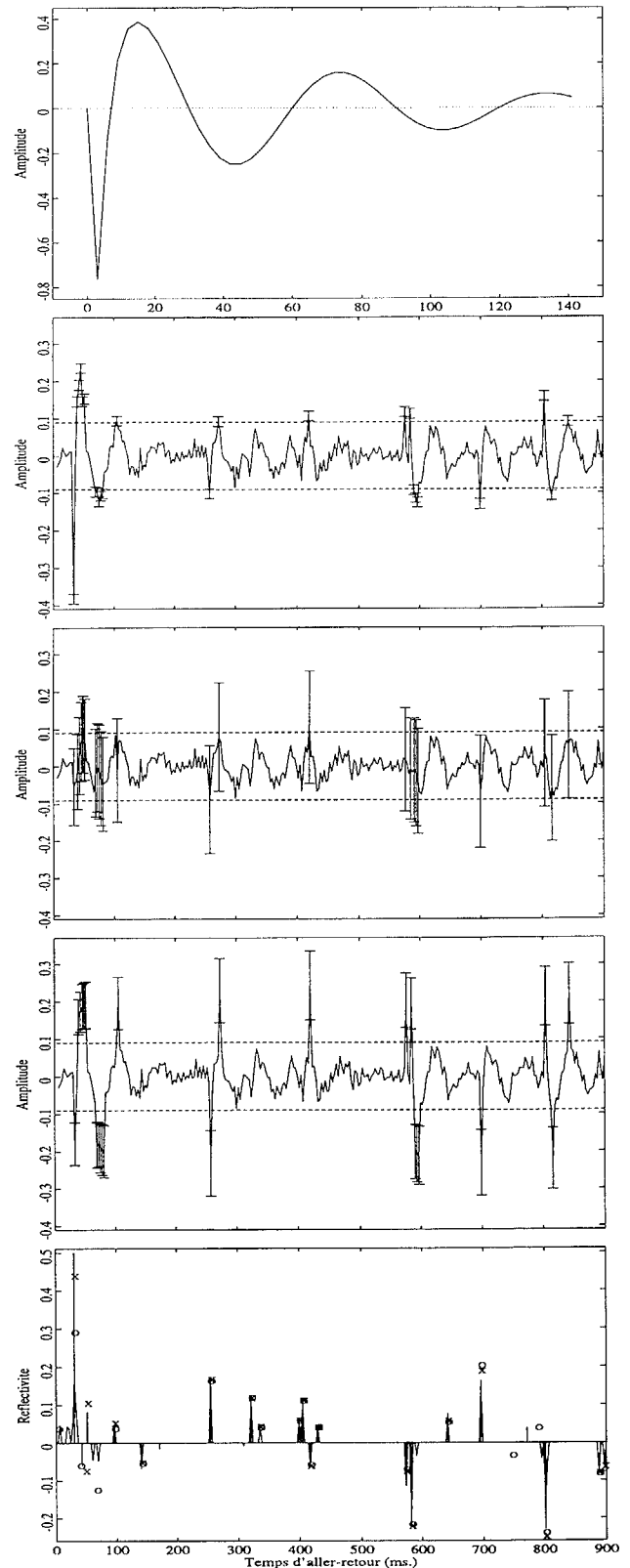
#### 5. CONCLUSION

Nous avons proposé une nouvelle structure algorithmique pour la déconvolution SMLR ; l'estimateur mis en œuvre est identique à celui calculé dans [3], mais l'économie réalisée en charge de calcul et en espace mémoire rend maintenant possible la déconvolution de signaux impulsionnels sans limitation de taille.

La nouvelle structure possède la même souplesse que la version précédente, ce que nous avons illustré dans le cas d'un bruit blanc non-stationnaire. Nous avons montré ensuite comment utiliser l'algorithme correspondant pour traiter efficacement des données partiellement saturées lors de leur acquisition.

#### 6. RÉFÉRENCES

- [1] J. Kormylo et J.M. Mendel, "Maximum likelihood detection and estimation of Bernoulli-Gaussian processes," *IEEE Trans. IT*, **IT-28**, pp. 482-488, 1982.
- [2] J. Goutsias et J.R. Mendel, "Maximum likelihood deconvolution : An optimization theory perspective," *Geophysics*, **51**, pp. 1206-1220, 1986.
- [3] Y. Goussard, G. Demoment et J. Idier, "A new algorithm for iterative deconvolution of sparse spike trains," *Proc. Int. Conf. ASSP*, Albuquerque, New Mexico, pp. 1547-1550, Avril 1990.
- [4] F. Champagnat, J. Idier et G. Demoment, "Deconvolution of sparse spike trains accounting for wavelet phase shifts and colored noise," *Proc. Int. Conf. ASSP*, Minneapolis, Minnesota, pp. III-452-455, Avril 1993.



Figures. De haut en bas : a) ondelette utilisée ; b) données non saturées ; l'écart-type du bruit de mesure associé est représenté uniquement sur les données au-delà des seuils de saturation, représentés en tireté ; c) données prédites linéairement avec écart-type d'estimation associé ; d) données corrigées ; e) résultats de déconvolution : séquence de Mendel modifiée (|), 1ère méthode (-), 2ème méthode (o), 3ème méthode (x).