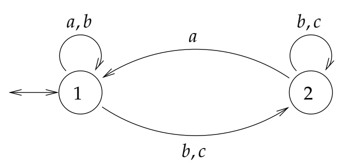
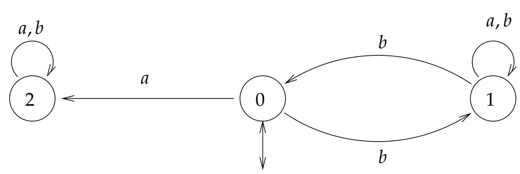
Module Langages Formels
TD 9 : Automates de Büchi, Muller et Rabin

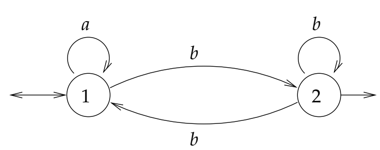
Exercice 1 `Déterminisation`

1.1. Donnez les automates de Rabin correspondant aux automates de Büchi non-déterministes suivants :





1.2. Donnez l'automate de Rabin correspondant à l'automate de Büchi non-déterministe suivant :



1.3. Que dire de la "déterminisation" de Büchi en Rabin lorsque tous les états de l'automate de Büchi sont terminaux ?

Exercice 2 * `Automates de Muller à table entièrement définie`

Définition: *Automates de Muller à table entièrement définie*
Soit $\mathcal{A} = (Q, A, E, i, \mathcal{T})$ un automate de Muller. On dit que la table $\mathcal{T}$ est *entièrement définie* si pour tout $T \in \mathcal{T}$ admissible et pour tout $T' \supseteq T$ admissible, $T' \in \mathcal{T}$.

Le but de l'exercice est de prouver qu'un automate de Muller est équivalent à un automate de Büchi déterministe si et seulement si sa table est entièrement définie.

Soit $\mathcal{A} = (Q, A, E, i, \mathcal{T})$ un automate de Muller à table entièrement définie,

2.1. Construire un automate de Büchi déterministe reconnaissant le même langage que $\mathcal{A}$ (On pourra l'écrire $\mathcal{B} = (\mathcal{P}(Q) \times Q, A, \delta, (\emptyset, i), F)$).

Soit $\mathcal{A} = (Q, A, E, i, \mathcal{T})$ un automate de Muller reconnaissant le même langage $\overrightarrow{L}$ (rappel : $\overrightarrow{L} = \{u \in A^\omega,\ u$ a un nombre infini de préfixes dans $L\}$) qu'un automate de Büchi déterministe $\mathcal{B}$ (c'est possible car les automates de Muller sont plus expressifs). Soient T et T' deux ensembles admissibles d'états de Q tels que $T \in \mathcal{T}$ et $T \subseteq T'$.

2.2. Soit $t \in T$, montrer qu'il existe un mot fini u et un mot infini v tels que $E^*(i, u) = t$ et le chemin défini par v à partir de t visite infiniment souvent les états de T et n'en visite aucun autre.

2.3. Soit v_0 un préfixe de v tel que $uv_0 \in L$, on note $q_1 = E^*(i, uv_0)$. Montrer qu'il existe $u_1 \in A^*$ tel que $E^*(q_1, u_1) = t$ et le chemin défini par u_1 à partir de q_1 passe au moins une fois par chaque état de T' et ne sort pas de T'.

2.4. Construire un mot infini w tel que $w \in \overrightarrow{L}$ et $\mathsf{Inf}(w) = T'$. Conclure.