

Module Langages Formels

TD 7 : Langages Algébriques et Automates à Pile

Exercice 1

Donner des automates à pile reconnaissant les langages suivants :

1. $L_1 = \{u \in \{a, b\}^*, |u|_a = |u|_b\}$
2. $L_2 = \{u \in \{a, b\}^*, |u|_a \geq |u|_b\}$
3. $L_3 = \{u \in \{a, b\}^*, |u|_a = 2 \cdot |u|_b\}$
4. $L_4 = \{u\#\bar{v}, u, v \in \{0, 1\}^* \text{ et } \exists i \in \mathbb{N}, u = \text{bin}(i) \text{ et } v = \text{bin}(i + 1)\}$

Exercice 2 Clôture par union dénombrable ?

Soit $\Sigma = \{a, b\}$ et n un entier positif.

2.1. Donner un automate à pile déterministe qui reconnaisse le langage

$$L_n = \{a^m b^k a^m b^k, m \geq 1 \text{ et } 1 \leq k \leq n\}$$

2.2. Le langage $L = \cup_{n \geq 1} L_n$ est-il algébrique ?

Exercice 3 Clôture par complémentaire ?

Montrer que le langage $L = \{ww, w \in \{a, b\}^*\}$ n'est pas algébrique alors que son complémentaire l'est. Donner un automate à pile.

Exercice 4 Langages algébriques sur un seul caractère

Montrer que tout langage algébrique L sur l'alphabet $\{a\}$ est rationnel.