



Etude de cas N° 1

Modélisation logique et ensembliste — Modélisation en B
(*Formal Software Design/Engineering with B*)

Conception d'un système fiable de gestion de communications/interactions



FIGURE 1 – Un système d'interaction entre processus

Le contexte est celui d'un système simple d'échange à travers des communications en mode connecté. On en considère une version simplifiée.

Le système à étudier ici concerne des souscripteurs (les usagers qui ont souscrit aux services du système) qui s'appellent entre eux pour communiquer/échanger.

Le système d'échange permet de satisfaire efficacement des demandes d'appels à connexion entre n'importe quel nombre de souscripteurs. Pour une demande de connexion effectuée par un souscripteur au système, les souscripteurs appelés sont soit immédiatement disponibles et connectables, auquel cas ils deviennent liés à une connexion en cours, soit ils ne sont pas immédiatement connectables et on met la demande de connexion en attente ; on la diffère ainsi pour une connexion tardive.

Une demande de connexion est initiée par un des souscripteurs ; elle finit par aboutir à une interaction entre les souscripteurs, puis elle se termine libérant ainsi tous les souscripteurs impliqués.

On veut étudier et concevoir formellement ce système en utilisant la méthode B. On peut abstraire le système comme en ensemble de processus (les souscripteurs) communiquant à travers un réseau (abstrait) et coopérant pour effectuer les communications.

Quelques éléments d'analyse du cas

Après une analyse préliminaire, nous vous proposons un début de la modélisation formelle.

On a un ensemble de souscripteurs $Subsc$, et un ensemble de connexions $Conx$. On va devoir exprimer des relations entre $Subsc$ et $Conx$ mais il faut avant tout, bien expliciter les contraintes liées à ces relations ; pour ce faire on dissequer le cahier de charge (exercices, projets) et on interviewe le client !

Explicitation du système et des contraintes

- Les connexions : une connexion implique un appelant et un ou plusieurs appelés.
- Les échanges : à tout moment, un échange reflète, un nombre de connexions demandées et un nombre de connexions en cours (actuelles) tels que deux connexions en cours données n'ont aucun souscripteur en commun.

Les connexions en cours sont toutes des connexions demandées. On garde toutes les connexions demandées (comme historique) ; on ne les efface pas. Il n'y a pas de connexions demandées qui ne soit pas en cours, et qui n'ait pas de souscripteurs communs avec des connexions en cours.

- Les connexions demandées : toutes les connexions demandées pour un échange forment un ensemble de connexions.
- Les connexions en cours : toutes les connexions en cours pour un échange donné, forment un sous-ensemble des connexions demandées de cet échange de telle sorte que deux connexions en cours données ne partagent pas de souscripteurs.

Explicitation de quelques propriétés

Spécifiez les propriétés/contraintes suivantes (elles font parties des propriétés invariantes du système)

- deux connexions en cours données n'ont ni le même appelant ni des appelés communs ;
- Il n'y a pas de demande de connexion en attente qui n'ait pas de souscripteur dans les connexions en cours ;
- ...

Quelques fonctionnalités attendues du système

- Calculer/exprimer tous les souscripteurs à une connexion c : c'est l'appelant et les appelés ;
- Calculer/exprimer tous les souscripteurs des connexions en cours.

Quelques leçons et ouvertures

Acquisition, à partir de cette étude, des fondamentaux pour :

- modélisation et étude de protocoles de communication ;
- modélisation et mise en place de protocoles ou de stratégies de gestion de ressources, etc.
- étude de systèmes interactifs complexes ou non, etc



Généralités, ensembles

Exercice 1.1 - Bases de la modélisation ensembliste

Dans le but de concevoir un logiciel, on veut travailler sur l'ensemble des profils d'un groupe d'individus. Par exemple, on veut trouver (via une fonctionnalité du logiciel) parmi les profils ceux qui ont une propriété donnée...

1. Donnez un modèle mathématique (ou une abstraction) pour représenter les profils.

Maintenant, on veut exprimer que certains profils ont une certaine *propriété* (P).

2. Donnez **un** modèle mathématique qui exprime : *l'ensemble des profils ayant la propriété P* .
3. Donnez un modèle mathématique qui exprime : *l'ensemble des profils ayant les propriétés P_1 et P_2 et P_3* (dessinez).
4. Donnez un modèle mathématique qui exprime : *les profils ayant la propriété P_i n'ont pas la propriété P_j* .
5. Donnez un modèle mathématique qui exprime : *les profils ayant la propriété P_i ont aussi la propriété P_k* (dessinez).

Exercice 1.2 - Diagrammes de Euler-Venn

1. Donnez/dessinez un exemple de **relation** ;
2. Qu'appelle-t-on : **antécédent** ? **image** ? **domaine d'une relation** ? **co-domaine d'une relation** ?
3. Donnez un exemple de **fonction** ;
4. Donnez un exemple de **fonction partielle**, et de **fonction totale** ;
5. Donnez un exemple de **fonction injective** ;
6. Donnez un exemple de **fonction surjective** ;
7. Donnez un exemple de **fonction bijective**.

Exercice 1.3 - Rappels sur les ensembles

1. Si un ensemble X a n éléments ($\text{card}(X) = n$), combien d'éléments possède $\mathbb{P}X$?
2. Donnez l'ensemble des parties (noté \mathbb{P}) de l'ensemble $A = \{a, b\}$.
3. Donnez l'ensemble des parties (noté \mathbb{P}) des ensembles suivants :
 $\{0, 1\}$, \emptyset , $\{\emptyset\}$, $\mathbb{P}\{1\}$
4. Que représente $\mathbb{P}(\mathbb{P}(\{-1, 1\}))$? (calculez)
5. Soient X un ensemble à n éléments et Y un ensemble à m éléments ; combien d'éléments possède $X \times Y$?
6. Définissez *EnsEnsDesPremiers*, l'ensemble de tous les ensembles de nombres premiers. Quel est le type de *EnsEnsDesPremiers* ?

Exercice 1.4 - Modélisation avec les ensembles et relations

Contexte : spécification formelle d'un éditeur de figures géométriques (rond, carré, rectangle, losange, etc) avec diverses couleurs et diverses opérations dont le copier/couper/coller, etc. Les copies ou les coupes tombent dans une *corbeille* de l'éditeur

Ici on va se restreindre à quelques aspects simplifiés de la spécification.

Soit l'ensemble $forme = \{rond, carre\}$.

Listez les éléments des ensembles suivants :

1. $(\mathbb{P}forme) \setminus \{forme\}$
2. $(\mathbb{P}forme) \setminus forme$
3. $(\mathbb{P}\{rond\}) \cup (\mathbb{P}\{carre\})$
4. $\mathbb{P}((\mathbb{P}\{rond\}) \setminus \emptyset)$

Considérons en plus de l'ensemble $forme$, un ensemble $couleur$, avec $couleur = \{rouge, bleu, vert\}$

1. Donnez $forme \times couleur$
2. Donnez $couleur \times forme$
3. Dans l'éditeur graphique simple considéré ici, on manipule un ensemble d'objets géométriques ayant chacun une seule couleur. En dehors de la forme et de la couleur, on ne se préoccupe pas ici d'autres caractéristiques des objets.
Proposer un modèle pour représenter l'ensemble d'objets.
4. Modélisez une *corbeille* comme un ensemble d'objets géométriques colorés.
5. Exprimer : *l'ensemble des objets ayant une couleur cc donnée.*
6. Exprimez : *l'ensemble des objets ayant une forme ff et une couleur cc données.*

Références

André Arnold, I. Guessarian, *Mathématiques pour l'Informatique*, Masson 1997

C. Attiogbé, Notes de cours, <http://pagesperso.ls2n.fr/~attiogbe-c/mespages/enseignements-fse.html>

C. Attiogbé, Notes de cours, *B : méthode de développement formel de logiciels*

C. Attiogbé, Notes de cours, *Introduction aux méthodes formelles "orientées modèle/état"*