

encadrés par C. Attiogbé, M. Ouederni

Cahier d'exercices - Modélisation logique et ensembliste

Tous les exos doivent être faits (finissez à la maison ceux qui ne sont pas traités en séance)

Modélisation logique

Exercice 0 (rappel de logique)

Q#1 Donnez les tables de vérité des opérateurs de la logique : \wedge , \neg , \Rightarrow . On utilisera la forme habituelle rappelée ci-après (où 0, 1 représentent Faux, Vrai) :

A	B	$A \wedge B$
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

Dans la suite vous allez vous exercer à modéliser des énoncés simples, dans le but de vous préparer à analyser et modéliser des données, des systèmes d'information, des énoncés de cahiers de charges de logiciels.

Exercice 1

Soient les **propositions** suivantes, représentées par les constantes P_1, P_2, P_3, \dots

- P_1 le jour est bleu
- P_2 le jour est rouge
- P_3 le jour est férié
- P_4 le jour est orange
- \dots \dots

Q#2 Que signifient (en français) les énoncés suivants :

- $P_1 \wedge P_3$
- $P_3 \vee P_4$
- $\neg P_3$

Q#3 Ecrivez les énoncés suivants (en ajoutant au besoin des propositions que vous nommerez) en logique (propositions, prédicats) :

- Un jour ne peut être à la fois bleu et orange.
- Le bus est gratuit durant les jours orange et fériés.
- Les bus ne circulent pas les jours fériés.
- **[opt]** Les bus circulent les jours orange fériés.

Exercice 2

Q#4 Que signifient (en français) les énoncés suivants :

- $\forall x . P(x)$
- $\exists y . F(y)$
- $\forall x . P(x) \Rightarrow G(x)$
- $\forall n . \text{entier}(n) \wedge n > 4 \Rightarrow n > 0$

Exercice 3

Q#5 Ecrivez les propositions et prédicats correspondants aux énoncés suivants (vous pouvez réécrire l'énoncé avant, sans perdre son sens) :

- Tous les étudiants du groupe 5 sont bons en *natation*.
- Aucune fonctionnalité de mon lecteur mp3 ne marche.
- Tous les étudiants inscrits ont une note d'assiduité.
- Un programme informatique bien écrit ne doit pas se planter.

Exercice 4

Ecrivez les énoncés suivants en logique du premier ordre ; on définira si nécessaire, des constantes de proposition ou des prédicats auxiliaires.

1. Toute salle (de classe) a une porte.
2. Il y a des salles qui n'ont pas de porte.
3. Un nombre entier n est paire s'il est divisible par 2.
4. Un nombre n est premier s'il n'est divisible que par 1 et par lui-même (autrement dit, ses seuls diviseurs sont 1 et lui-même).
5. [opt] L'entier m est soit négatif soit strictement supérieur à 99.
6. [opt] Le carré du successeur de l'entier n est positif.
7. Toute instruction du langage L1 se termine par un point virgule (En programmation, on écrit des instructions dans des langages).
8. Le résultat de la composée horizontale des pièces a et b est différent du résultat de leur composée verticale. [Imaginez un jeu où on peut assembler des pièces de façon horizontale ou verticale, on parle ainsi de composée verticale / horizontale].
9. [opt] Pour les pièces de catégorie 2, les composées verticales et horizontales donnent le même résultat.
10. [opt] Les parents de cousins germains sont frères.

Exercice 5

Analysez et modélisez les énoncés suivants (sortis de leur contexte, mais qu'on peut bien imaginer) :

1. Les pièces de l'aile (de l'avion) qui ont été fabriquées entre 1998 et 2005 doivent être remplacées.
2. [opt] Les modules d'enseignement de plus de 24h doivent avoir un coeff. supérieur ou égal à 3.

Exercice 6 - Raisonnement en logique

Que pensez vous des raisonnements suivants :

- Les paresseux sont étudiants, Jean est étudiant, donc Jean est paresseux.
- Les éléphants venant d'Afrique ont de grandes oreilles, l'éléphant (Bouba) du Zoo de la Pointe a de grandes oreilles ; Bouba vient d'Afrique.
- Que dire du raisonnement précédent si on avait :
Les éléphants **vivant** en Afrique ont de grandes oreilles, l'éléphant (Bouba) du Zoo de la Pointe a de grandes oreilles ; Bouba **vient** d'Afrique.
- Mon copain m'a largué donc tous les garçons sont des salauds. (ou bien Ma copine m'a largué donc toutes les filles sont belles).
- De $Q_1 \Rightarrow Q_3$, on déduit $(Q_1 \vee Q_2) \Rightarrow Q_3$.
- Sachant $Q_1 \Rightarrow Q_3$, on en conclut $Q_1 \wedge Q_2 \Rightarrow Q_3$.
- Plus il y a d'emmental, plus il y a de trous ;
Plus il y a de trous, moins il y a d'emmental ;
Plus il y a d'emmental, moins il y a d'emmental.

Exercice - à faire chez soi

1. Modélisez en logique les énoncés suivants :

- (a) L'indice de la première occurrence de U dans la chaîne de caractères CH est supérieure à ceux des occurrences de M et N ou alors M et N n'apparaissent pas dans la chaîne.
- (b) Tout étudiant est dans un groupe (d'étudiants) ;
- (c) Toute voiture a quatre roues ;
- (d) Aucune porte ne doit être fermée
- (e) Tout compte doit être approvisionné
- (f) Toutes les cellules doivent être valuées
- (g) Les tarifs J sont applicables pour les moins de 12 ans et les tarifs K pour les autres.
- (h) La température de la pièce ne doit jamais dépasser 18 degrés.
- (i) On affiche M1 lorsque la température est basse et il n'y a pas de brouillard, et on affiche M2 lorsque il pleut et il ne fait pas nuit.

2. Ecrivez un algorithme qui donne comme résultat un booléen dont la valeur est Vrai ou Faux, selon que la condition donnée en **1a** soit vraie ou fausse.

En guise de synthèse et de leçons :

Attention au raisonnement (rapide) en Logique !

prenez donc le temps de réfléchir à vos modèles, à vos raisonnements, à vos programmes, ...

Ex Falso Quodlibet : du faux on peut déduire n'importe quoi !

Sachez détecter le *sophisme* : raisonnement logique qui aboutit à une affirmation fausse !

Exercice : formalisation en logique

Soit un tableau modélisé par une fonction $t : 1..n \rightarrow TV$.

Ici n est un entier et TV est le type des éléments (ou valeurs) contenus dans le tableau.

Ecrivez en logique du premier ordre :

1. Les éléments du tableau en position paire sont impaires.
2. Les éléments du tableau en position impaire sont paires.
3. L'élément à une position vaut le carré du successeur de la valeur de la position.

On veut écrire une opération qui recherche un élément v donné, dans le tableau t .

1. Ecrivez en logique **la spécification de la recherche** d'un élément dans le tableau.

Hypothèse de travail : lorsque l'élément v est trouvé dans le tableau, l'opération renvoie sa position, p . Lorsque l'élément v n'est pas dans le tableau, l'opération renvoie une position p , qui est en dehors du tableau.

2. Ecrivez en logique **la spécification du tri** des éléments du tableau t .
3. Le drapeau tricolore (Dijkstra). Spécifiez le tri d'un tableau où les éléments ont trois couleurs.

Aide : se servir d'un prédicat : "Tous les éléments entre i, j (exclu) ont la même couleur".

Soit une matrice $M[1..n][1..n]$ (ou "tableau à deux dimensions"). Exprimez en logique :

1. la diagonale de M contient des éléments identiques.
2. deux lignes de M qui se suivent ne contiennent pas les mêmes éléments.