



EQUILIBRAGE DYNAMIQUE COMPLET DES MECANISMES

VIGUEN ARAKELIAN

Département de Construction Mécanique, ENPA, 105 rue Terian, 375009 Erévan, Arménie and L.R.P., UPMC UVSQ CNRS, 10–12 avenue de l'Europe, 78140 Vélizy, France

(Received 3 January 1995; in revised form 15 November 1996)

Résumé—De nouvelles méthodes d'équilibrage dynamique complet des mécanismes articulés plans réalisées par l'addition au mécanisme à équilibrer de groupes articulés portant un contrepoids sont proposées dans cet article. Des principes sur la construction des systèmes mécaniques autoéquilibrés composés en deux mécanismes identiques effectuant des déplacements similaires mais en sens inverse sont également développés. Les nombreux exemples illustrent les méthodes proposées. Une analyse comparative est ensuite donnée. © 1997 Elsevier Science Ltd

1. INTRODUCTION

La première méthode d'équilibrage dynamique complet des mécanismes rapportée dans la littérature scientifique est la méthode de Berkof [1]. L'essentiel de cette approche réside dans l'addition d'une masse de correction (des masses de correction) sur la bielle et dans la substitution dynamique de la masse de la bielle par deux masses-points disposées aux centres de ses articulations et équilibrées avec les éléments rotatifs ayant des axes de rotation fixes.

Sachant que le bâti d'un mécanisme plan ne perçoit pas les charges dynamiques engendrées par les forces d'inertie et le couple des forces d'inertie pour le cas où le vecteur résultant de la quantité de mouvement et le moment cinétique du mécanisme sont constants, Berestov [2] a élaboré des schémas d'équilibrage dynamique des mécanismes articulés plans dans lesquels l'équilibrage dynamique complet est accompli à l'aide de contrepoids du volant d'inertie. Des études similaires ont été effectuées également dans les ouvrages de Gao Feng [3], Ye et Smith [4] et Bagci [5].

La réalisation d'un équilibrage dynamique complet connue entraîne une complication de la construction et cela n'est pas toujours efficace. C'est la raison pour laquelle on développe plutôt équilibrage dynamique partiel [6–33]:

- méthode de « mécanisme doubler » [6, 7];
- méthode du meilleur équilibrage moyen et uniforme [8–11];
- méthodes d'optimisation basées sur la programmation non-linéaire [12–25];
- méthodes de minimisation du couple des forces d'inertie [26–32].

L'analyse des méthodes d'équilibrage des mécanismes rapides montre que malgré le grand nombre de méthodes existantes, le problème d'équilibrage dynamique complet des mécanismes (et surtout le mécanisme à manivelle et tiroir) reste encore assez compliqué.

Les recherches présentées ont pour but d'augmenter l'efficacité de l'équilibrage des mécanismes, à l'aide de l'équilibrage complet de la force et du couple résultant d'inertie des éléments mobiles du mécanisme. Elaborer la nouvelle méthode pour la construction des systèmes complètement auto-équilibré.

2. EQUILIBRAGE DES MECANISMES BASE SUR LES PROPRIETES DE COPIAGE DU PANTOGRAPHE

L'idée d'utiliser le mécanisme pantographe pour l'équilibrage de forces d'inertie est présentée par Hilpert [33] en 1968. Le principe proposé dans cet article développe l'idée de Hilpert et donne la

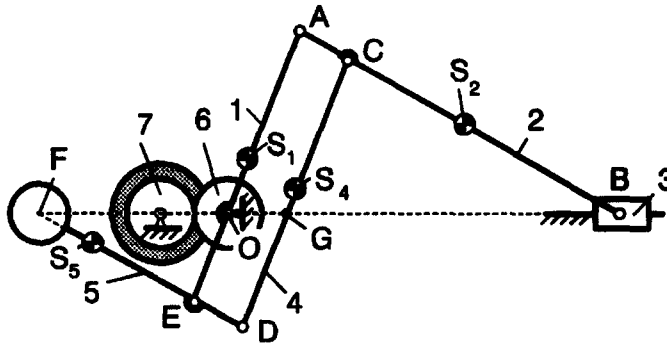


Fig. 1. Équilibrage dynamique complet du mécanisme à manivelle et tiroir à l'aide d'un groupe articulé CDE formant avec le mécanisme initial OAB un pantographe.

possibilité sur base des propriétés du pantographe d'élaborer de nouvelles méthodes d'équilibrage dynamique complet des mécanismes.

Cette méthode réside dans l'accouplement au mécanisme à équilibrer d'un groupe à deux barres formant avec ce mécanisme un pantographe parallélogrammique qui assure une redistribution rationnelle des masses mobiles du mécanisme.

Sur la fig. 1 est présenté un mécanisme axial à manivelle et tiroir comportant un groupe articulé CDE lié à ce mécanisme et formant avec le mécanisme initial OAB un pantographe. Compte tenu du caractère de la construction, on choisit un rapport de similitude $k = l_{OE}/l_{OA}$ du pantographe formé. Donc nous déterminons les longueurs des éléments du groupe articulé: $l_{CD} = l_{OA} + l_{OE}$, $l_{DF} = kl_{AB} + l_{AC}$.

Nous substituons dynamiquement la masse m_2 de la bielle parmi les centres A, B et C des articulations correspondantes. D'après la condition:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ l_{AS_2} & -l_{BS_2} & l_{CS_2} \\ l_{AS_2}^2 & l_{BS_2}^2 & l_{CS_2}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_A \\ m_B \\ m_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_2 \\ 0 \\ I_{S_2} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

où

— l_{AS_2} , l_{BS_2} et l_{CS_2} sont les distances des articulations A, B et C au centre des masses S_2 de la bielle;

— I_{S_2} le moment d'inertie de la bielle par rapport à l'axe perpendiculaire au plan du mécanisme et passant par le centre des masses de l'élément (nous appellerons dans la suite de l'article un tel moment d'inertie, moment axial d'inertie de l'élément),

nous déterminons les valeurs des masses concentrées:

$$m_A = D_A/D_2, \quad m_B = D_B/D_2, \quad m_C = D_C/D_2.$$

D_A , D_B , D_C et D_2 sont les déterminants de troisième ordre obtenus de (1) suivant les formules de Kramer.

Introduisant les paramètres m_4 , l_{CS_4} , I_{S_4} de l'élément 4 du système des équations de l'équilibrage des masses du mécanisme (2) et des conditions de la substitution des masses de l'élément 5 (3):

$$\begin{cases} m_A l_{OA} + m_1 l_{OS_1} - m_E l_{OE} = 0; \\ m_D l_{DG} - m_4 (l_{CG} - l_{CS_4}) - m_C l_{CG} = 0; \\ m_F = (m_B + m_3 + (m_C + m_D + m_4) l_{AC}/l_{AB})/k, \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} m_D + m_E + m_F = m_5; \\ m_D l_{DS_5} + m_E (l_{DS_5} - l_{OE}) - m_F (l_{DF} - l_{DS_5}) = 0; \\ m_D l_{DS_5}^2 + m_E (l_{DS_5} - l_{OE})^2 - m_F (l_{DF} - l_{DS_5})^2 = I_{S_5}, \end{cases} \quad (3)$$

Tableau 1. Méthodes d'équilibrage apportées dans l'analyse comparative ($\omega_1 = 10 \text{ s}^{-1}$)

a	b	c	d	e
$F^m \neq 0$ $M^m \neq 0$	$F^m = 0$ $M^m \neq 0$	$F^m = 0$ $M^m = 0$	$F^m = 0$ $M^m \neq 0$	$F^m = 0$ $M^m = 0$

- a) $l_{OA} = 0.1 \text{ m}$; $l_{AB} = 0.3 \text{ m}$; $m_1 = 2 \text{ kg}$; $m_2 = 1.5 \text{ kg}$; $m_3 = 3 \text{ kg}$;
 $I_{S_2} = 0.01125 \text{ kg m}^2$; $l_{OS_1} = 0.01 \text{ m}$; $l_{AS_2} = 0.15 \text{ m}$; $l_{BS_3} = 0$.
- b) $l_{OA} = 0.1 \text{ m}$; $l_{AB} = 0.3 \text{ m}$; $m_1 = 19.59375 \text{ kg}$; $m_2 = 10.875 \text{ kg}$; $m_3 = 3 \text{ kg}$;
 $I_{S_2} = 0.01875 \text{ kg m}^2$; $l_{OS_1} = -0.07081 \text{ m}$; $l_{AS_2} = -0.08276 \text{ m}$; $l_{BS_3} = 0$.
- c) $l_{OA} = 0.1 \text{ m}$; $l_{AB} = 0.3 \text{ m}$; $l_{AC} = 0.05 \text{ m}$; $l_{CD} = 0.1 \text{ m}$; $m_1 = 12.4 \text{ kg}$; $m_2 = 1.5 \text{ kg}$; $m_3 = 3 \text{ kg}$;
 $m_4 = 1 \text{ kg}$; $m_5 = 52.09906 \text{ kg}$; $I_{S_2} = 0.01125 \text{ kg m}^2$; $I_{S_3} = 0.01 \text{ kg m}^2$; $l_{OS_1} = -0.04032 \text{ m}$;
 $l_{AS_2} = 0.15 \text{ m}$; $l_{BS_3} = 0$; $l_{CS_4} = 0.05 \text{ m}$; $l_{ES_5} = -0.02255 \text{ m}$.
- d) $l_{OA} = 0.1 \text{ m}$; $l_{AB} = 0.3 \text{ m}$; $l_{AC} = 0.05 \text{ m}$; $l_{CD} = 0.1 \text{ m}$; $m_1 = 12.4 \text{ kg}$; $m_2 = 1.5 \text{ kg}$; $m_3 = 3 \text{ kg}$;
 $m_4 = 1 \text{ kg}$; $m_5 = 14.6875 \text{ kg}$; $I_{S_2} = 0.01125 \text{ kg m}^2$; $I_{S_3} = 0.01 \text{ kg m}^2$; $l_{OS_1} = -0.04032 \text{ m}$;
 $l_{AS_2} = 0.15 \text{ m}$; $l_{BS_3} = 0$; $l_{CS_4} = 0.05 \text{ m}$; $l_{ES_5} = -0.08 \text{ m}$.
- e) $l_{OA} = 0.1 \text{ m}$; $l_{AB} = 0.3 \text{ m}$; $l_{AC} = 0.05 \text{ m}$; $l_{CD} = 0.18 \text{ m}$; $m_1 = 2 \text{ kg}$; $m_2 = 1.5 \text{ kg}$; $m_3 = 3 \text{ kg}$;
 $m_4 = 1 \text{ kg}$; $m_5 = 5.99992 \text{ kg}$; $I_{S_2} = 0.01125 \text{ kg m}^2$; $I_{S_3} = 0.01 \text{ kg m}^2$; $l_{OS_1} = -0.01 \text{ m}$;
 $l_{AS_2} = 0.15 \text{ m}$; $l_{BS_3} = 0$; $l_{CS_4} = 0.09 \text{ m}$; $l_{ES_5} = -0.19584 \text{ m}$.

Les couples résultants des forces d'inertie des éléments rotatifs 1 et 4, compte tenu de l'inertie des masses substituées concentrées, sont déterminés par les formules suivantes:

$$M_1^{\text{int}} = (I_{S_1} + m_1 l_{OS_1}^2 + m_A l_{OA}^2 + m_E l_{OE}^2) \alpha;$$

$$M_4^{\text{int}} = (I_{S_4} + m_4 l_{GS_4}^2 + m_C l_{CG}^2 + m_D l_{DG}^2) \alpha,$$

où I_{S_2} et I_{S_4} sont les moments axiaux d'inertie des éléments 1 et 4; $\alpha = \alpha_1 = \alpha_4$ les accélérations angulaires des éléments 1 et 4.

Le couple résultant des forces d'inertie des éléments mobiles du mécanisme est déterminé par la somme $M^{\text{int}} = M_1^{\text{int}} + M_4^{\text{int}}$. Ce moment peut être équilibré par la mise en place du volant d'inertie sur le bâti [1]. Le moment d'inertie d'un tel volant est:

$$I_{\text{vol}} = I_{S_1} + I_{S_4} + m_1 l_{OS_1}^2 + m_4 l_{GS_4}^2 + m_A l_{OA}^2 + m_C l_{CG}^2 + m_E l_{OE}^2 + m_D l_{DG}^2.$$

Examinons l'équilibrage complet du mécanisme à manivelle et tiroir axial ayant les paramètres: $l_{OA} = 0.1 \text{ m}$; $l_{AB} = 0.3 \text{ m}$; $l_{OS_1} = 0.01 \text{ m}$; $l_{AS_2} = 0.15 \text{ m}$; $l_{BS_3} = 0$; $m_1 = 2 \text{ kg}$; $m_2 = 1.5 \text{ kg}$; $m_3 = 3 \text{ kg}$; $I_{S_1} = 0.02 \text{ kg m}^2$; $I_{S_2} = 0.01 \text{ kg m}^2$. Admettant le rapport $k = 0.8$ et les valeurs numériques suivantes $l_{AC} = 0.05 \text{ m}$; $m_4 = 1 \text{ kg}$; $l_{CS_4} = 0.09 \text{ m}$; $I_{S_4} = 0.006 \text{ kg m}^2$, nous déterminons les paramètres cherchés de l'élément 5 du groupe articulé équilibreur $m_5 = 6 \text{ kg}$; $l_{DS_5} = 0.26 \text{ m}$; $I_{S_5} = 0.0235 \text{ kg m}^2$. Après tel équilibrage, la masse du mécanisme devient égale à 13.5 kg (accroissement de deux fois environ). En cas d'équilibrage du même mécanisme d'après le schéma (b)† (voir tableau 1) avec des rayons des contrepoids $r_{cp_1} = 0.08 \text{ m}$; $r_{cp_2} = 0.12 \text{ m}$, nous obtenons: $m_{cp_1} = 17.6 \text{ kg}$; $m_{cp_2} = 9.4 \text{ kg}$ et une masse totale égale à 33.5 kg (accroissement de plus de 5 fois). Si on prend en considération l'inertie des éléments rotatifs (c'est-à-dire $\alpha_1 \neq 0$), il est nécessaire de placer un volant d'inertie ayant un moment d'inertie $I_{\text{vol}} = 0.0406 \text{ kg m}^2$. A un rayon du volant d'inertie $R = 0.07 \text{ m}$, sa masse sera égale approximativement à 8.28 kg ($m_{\text{vol}} \approx I_{\text{vol}}/R^2$).

†Il serait logique de comparer les méthodes d'équilibrage proposées avec la méthode décrite par le schéma (b) car l'objectif d'équilibrer complètement le mécanisme est également atteint.

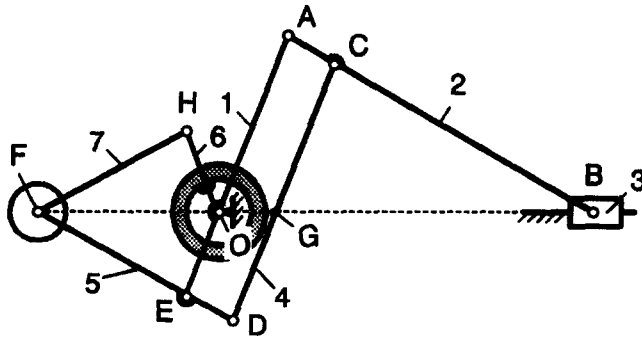


Fig. 3. Equilibrage dynamique complet du mécanisme sans engrenages.

Comme système moteur de la masse d'inertie, il serait rationnel d'utiliser les engrenages du système de transmission. Si le système de transmission est conçu sous forme de mécanisme à came ou articulé, il n'est pas alors rationnel d'introduire dans la structure du mécanisme des engrenages supplémentaires, car cela pourrait agir défavorablement sur la dynamique générale du mécanisme. A cette occasion, on examinera une autre version de réalisation de la méthode (fig. 3) qui permet d'exclure la nécessité d'ajouter des engrenages. Le principe de cette méthode est basé sur le fait que la masse volant est liée cinématiquement avec le point de travail F du pantographe effectuant un mouvement de translation et forme ainsi un triangle OHF qui représente un réflexion spéculaire du triangle OEF. Ceci permet de transmettre au volant d'inertie une accélération angulaire α_1 de la manivelle, dirigée en sens inverse. L'équilibrage est effectué d'après les conditions suivantes: si on met en coïncidence le centre S_4 de l'élément 4, avec le point de travail G du pantographe, et si on repart statiquement (c'est-à-dire sans tenir compte des moments d'inertie des éléments) les masses m_2 et m_5 des bielles 2 et 5 entre les centres A, B et E, F, après la substitution de la masse m_6 de l'élément 6 entre les centres F et H, nous obtiendrons le système déjà examiné des masses concentrées qui effectuent un mouvement de translation (B, F) ou bien de rotation (A, E, H). L'équilibrage du couple résultant des forces d'inertie des éléments mobiles est obtenu grâce à un choix correspondant aux moments d'inertie des éléments 6 et 7 d'après les conditions $\alpha_1 = \alpha_4 = -\alpha_7$ et $\alpha_2 = \alpha_5 = -\alpha_6$, où α_i ($i = 1, 2, 4, 5, 6, 7$) sont les accélérations angulaires des éléments correspondants.

La méthode examinée permet d'effectuer un équilibrage complet du mécanismes avec une augmentation relativement peu notable de la masse totale du mécanisme. Mais il faudra noter son désavantage s'exprimant par le fait que la masse d'équilibrage est concentrée sur la bielle supplémentaire effectuant un mouvement compliqué.

Ci-dessous on donne une autre version d'équilibrage complet réalisée par l'installation de masses de correction sur les éléments liés cinématiquement au bâti, au moyen de couples rotations.

3. EQUILIBRAGE DES MECANISMES PAR LA FORMATION DE BOUCLES D'EQUILIBRAGE PARALLELOGRAMME ARTICULEES

La fig. 4 représente un mécanisme axial à manivelle et tiroir auquel est lié un groupe articulé CDE formant avec le mécanisme initial un parallélogramme articulé.

Examinons tout d'abord l'équilibrage du mécanisme tout en négligeant l'irrégularité de la rotation de l'élément d'entrée.

Les conditions d'équilibrage du mécanisme sont obtenues d'après les conditions suivantes: si la masse m_4 de l'élément 4 est substituée statiquement aux masses m_C et m_E disposées sur les centres des articulations correspondantes et la masse m_2 de la bielle (compte tenu de la masse concentrée m_C) est substituée aux masses m_A et m_B , nous obtenons un système de masses concentrées, effectuant soit un mouvement de rotation, soit de translation. En plaçant un contrepoids d'une masse m_3^* sur l'élément 5, il est possible de déplacer le centre général des masses $m_B + m_3 + m_5$ au point S' (v. fig. 4) effectuant un mouvement de rotation. Ensuite, par l'addition d'un contrepoids d'une

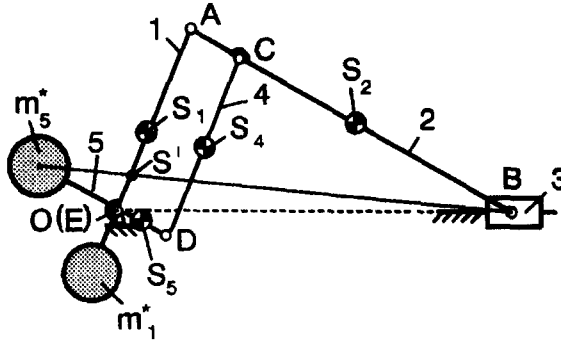


Fig. 4. Equilibrage du mécanisme à manivelle et tiroir à l'aide d'un groupe articulé CDE formant avec le mécanisme initial OAB un parallélogramme.

masse m_1^* , sur la manivelle d'entrée 1, on peut déplacer le point S' au centre de l'articulation fixe d'appui O, réalisant ainsi un équilibre complet du vecteur résultant des forces d'inertie. Dans ce cas les moments statiques des contrepoids par rapport à l'articulation d'appui seront égaux à:

$$m_1^* r_1^* = m_1 l_{OS_1} + l_{OA}(m_2 + m_3 + m_4 l_{DS_4}/l_{CD}); \quad (4)$$

$$m_5^* r_5^* = m_2 l_{AS_2} + m_3 l_{AB} + m_4 l_{AC} \pm m_5 l_{OS_5}, \quad (5)$$

où

— m_i ($i = 1, \dots, 5$) sont les masses des éléments;

— l_{OS_1} , l_{AS_2} , l_{CS_4} , l_{OS_5} les distances des centres des masses des éléments 1, 2, 4, 5 aux centres des articulations O, A, C;

— l_{OA} , l_{AB} , l_{AC} , l_{CD} les distances entre les centres des articulations correspondantes.

Après une redistribution pareille des masses, le moment des forces d'inertie sera égal à:

$$M' = -\alpha(m_1^*(r_1^*)^2 + m_5 l_{OS_5}^2 + m_4 l_{AC}^2 - m_2 l_{AS_2} l_{BS_2} - m_4 l_{AC} l_{CB}),$$

et si on prend en considération l'inertie de la rotation des éléments 2 et 5, on obtient:

$$M^{\text{int}} = -\alpha(I_{S_2} + I_{S_5} + m_1^*(r_1^*)^2 + m_5 l_{OS_5}^2 + m_4 l_{AC}^2 (l_{CD} - l_{DS_4})/l_{CD} - m_2 l_{AS_2} l_{BS_2} - m_4 l_{AC} l_{CB} l_{DS_4}/l_{CD}),$$

où I_{S_2} et I_{S_5} sont les moments d'inertie axiaux des éléments 2 et 5 $\alpha = \alpha_2 = \alpha_5$ les accélérations angulaires des éléments 2 et 5.

Assurant la condition $M^{\text{int}} = 0$ et tenant compte de l'équation (5) nous obtenons:

$$r_5^* = (m_2 l_{AS_2} l_{BS_2} + m_4 l_{AC} l_{CB} l_{DS_4}/l_{CD} - I_{S_2} - I_{S_5} - m_5 l_{OS_5}^2 - m_4 l_{AC}^2 (l_{CD} - l_{DS_4})/l_{CD}) / (m_2 l_{AS_2} + m_3 l_{AB} + m_4 l_{AC} \pm m_5 l_{OS_5}) \quad (6)$$

$$m_5^* = (m_2 l_{AS_1} + m_3 l_{AB} + m_4 l_{AC} \pm m_5 l_{OS_5}) / r_5^*.$$

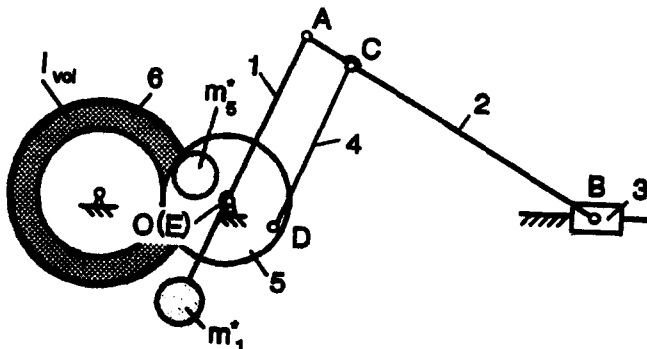


Fig. 5. Equilibrage dynamique complet du mécanisme à manivelle et tiroir.

L'analyse numérique montre que r_3^* est de plusieurs fois inférieur à la longueur de la bielle du mécanisme, par suite de quoi la masse m_3^* devient notable.

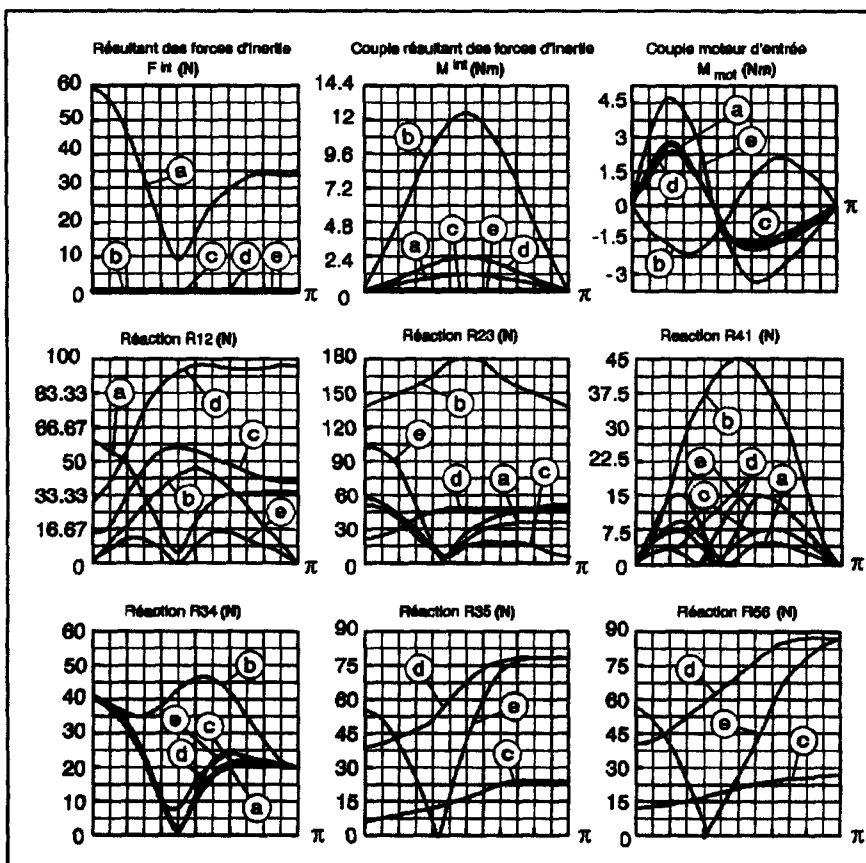
Une autre version de réalisation de la méthode proposée, excluant la nécessité de prendre en considération la condition (6) et permettant d'obtenir un mécanisme équilibré avec des paramètres plus optimaux, est présentée sur la fig. 5. Suivant cette version, un contrepoids d'une masse m_3^* est placé sur la roue dentée 5, accouplée par un couple cinématique rotatif à l'élément 4 et faisant tourner le volant d'inertie 6 ayant un moment d'inertie $I_{vol} = I_{mec}$ (similairement au cas précédent).

La méthode proposée permet un grand nombre d'applications, étant donné qu'elle a les avantages suivants:

- une constructivité assurée grâce à l'installation des masses d'équilibrage à la base et une augmentation peu sensible des dimensions du mécanisme équilibré;
 - un accroissement relativement faible de la masse totale du mécanisme avec une réduction notable des vibrations du mécanisme;
 - une simplicité des moyens grâce auxquelles l'équilibrage est effectué.
- Au tableau (1) sont portées cinq versions différentes de mécanismes:

- (a) un mécanisme non-équilibré;
- (b) un mécanisme équilibré partiellement (équilibrage du vecteur résultant des forces d'inertie seulement) par montage rigide de contrepoids sur la manivelle et la bielle;
- (c) un mécanisme équilibré complètement (suivant la méthode (3));
- (d) un mécanisme équilibré partiellement (suivant la méthode (3) sans prendre en considération la condition (6));
- (e) un mécanisme équilibré complètement (suivant la méthode (2)).

Tableau 2. Caractéristiques dynamiques principales des mécanismes



Au tableau (2) sont portées les caractéristiques dynamiques principales des mécanismes examinés. La version la plus efficace est (d) par suite du moment du moteur d'entrée et la version (c) par suite des réactions relativement faibles dans les couples cinématiques. Cependant, dans le cas (d), la réaction dans l'articulation d'appui de la manivelle d'entrée s'accroît considérablement et, c'est la raison pour laquelle, il est rationnel de croiser les paramètres m_5 , l_{ES} , de la condition du minimax [8] de la réaction R_{21} (sans déroger à la condition d'équilibrage). Il faudra toutefois noter que les méthodes d'équilibrage proposées (c, d, e) sont en général beaucoup plus efficaces que celle (b) connue et appliquée rarement jusqu'à ce jour.

En conclusion, nous noterons que les mécanismes à manivelle et tiroir étudiés étaient du type axial. Dans le cas de mécanismes pareils désaxiaux, il est rationnel d'appliquer les principes de construction des systèmes auto équilibrés proposés ci-dessous.

4. PRINCIPES DE CONSTRUCTION DE SYSTEMES MECANQUES AUTOEQUILIBRES

Nous traiterons ci-dessous de nouvelles méthodes de construction des systèmes mécaniques autoéquilibrés au moyen de la duplication des mécanismes accomplissant des déplacements similaires mais en sens inverse.

Dans la méthode de « duplication » connue [6, 7] le système autoéquilibré a une symétrie par rapport d'axe de rotation de la manivelle d'entrée. En conséquence de cela elle assure l'équilibrage partiel des forces d'inertie (le couple des forces d'inertie est non-équilibré). Les systèmes autoéquilibrés proposés ci-dessous ont la symétrie par rapport du plan qui est vertical du mécanisme. Telle construction du système à double modules et la redistribution supplémentaire des masses des manivelles d'entrée donnent la possibilité d'effectuer un équilibrage dynamique complet des forces d'inertie.

La fig. 6 réprésente tel système mécanique composé de deux mécanismes désaxiaux à manivelle et tiroir disposés symétriquement.

La démonstration de l'équilibrage du vecteur résultant des forces d'inertie de ce système découle des considérations suivantes. Si on remplace statiquement les masses des bielles 3 et 4 par des masses concentrées situées aux centres de leurs articulations, les masses concentrées m_{C_3} et m_{C_4} , avec les masses des tiroirs 5 et 6, seront complèment équilibrées car par suite de l'identité et de la symétrie des mécanismes ABC et A'B'C' les tiroirs effectuent des déplacements similaires mais inverses. Les autres masses concentrées m_{B_3} et m_{B_4} situées aux centres des articulations correspondantes s'équilibrent avec les roues dentées au moyen de contrepoids placés à une distance:

$$r_1^* = r_2^* = 8ml'(l-s)/\pi D^2 L \gamma,$$

des centres des articulations d'appui,
où

- $m = m_3 = m_4$ est la masse des bielles;
- $l' = l_1 = l_2$ la longueur des manivelles;
- $l = l_3 = l_4$ la longueur des bielles;
- $s = s_3 = s_4$ la distance du centre des masses de la bielle au centre de l'articulation mobile de la manivelle correspondante;
- D et l le diamètre et la longueur des contrepoids;
- γ la densité du matériau des contrepoids.

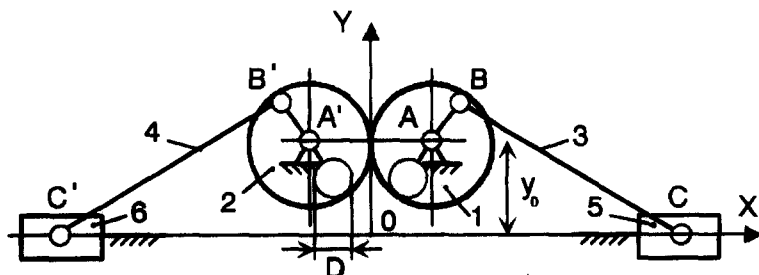


Fig. 6. Système mécanique autoéquilibré.

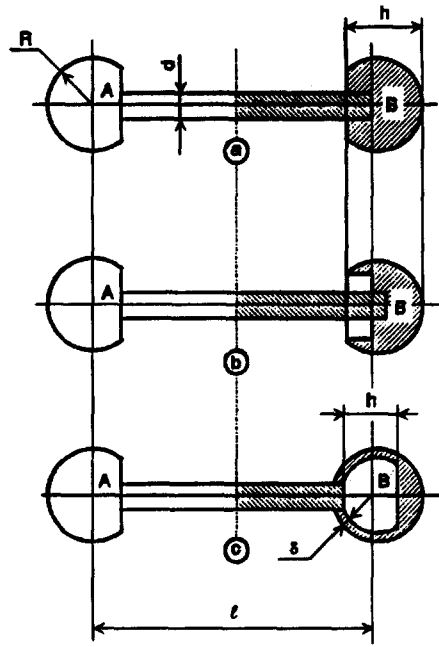


Fig. 9. Formes de bielles assurant la substitution dynamique des masses.

La bielle représentée sur la fig. 9a se compose d'une paire de segments sphériques l'autre par une tige à section circulaire. Une telle construction permet de déterminer les proportions des dimensions de la bielle qui assurent la substitution de ses masses par deux masses concentrées disposées aux centres A et B des couples cinématiques sphériques. Dans ce but, il faut déterminer le diamètre de la tige suivant la condition

$$d = 2\sqrt{(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/2a},$$

où

$$a = l - 2h + 2R;$$

$$b = -[l^2(l - 2h + 2R) - 0.33(l - 2h + 2R)^3];$$

$$c = 2h^2(3R - h)(A + B - l^2)/3;$$

$$A = \frac{h^2}{80} \times \frac{8R(5R - h) + 3h^2}{(3R - h)^2} + \frac{h}{20} \times \frac{5R(4R - 3h) + 3h^2}{3R - h};$$

$$B = \left(\frac{l}{2} + R - \frac{h}{4} \times \frac{8R - 3h}{3R - h} \right)^2,$$

les dimensions l , R et h † sont montrées sur la fig. 9.

†Le choix du paramètre h est limité par la condition d'obtenir des valeurs positives sous le radical.

Une autre version d'une telle bielle constituée de sphères avec encoches faites en formes de cylindres circulaires se présente sur la fig. 9b. Dans ce cas, pour la détermination du diamètre d de la barre, les coefficients cités plus haut sont présentés comme ci-dessous:

$$a = l;$$

$$b = 0.66l^3;$$

$$c = (2h(R(h - R) - h^2/3))(l^2 + 4C(l - C)) + 8(A - B);$$

$$A = \frac{h^2}{3}(3R - h) \left[\frac{h^2}{80} \times \frac{8R(5R - h) + 3h^2}{(3R - h)^2} + \frac{h}{20} \times \frac{5R(4R - 2h) + 3h^2}{3R - h} \right];$$

$$B = 0.083(h(2R - h)(h - R)(R^2 + 2h(2R - h)));$$

$$C = \left[\frac{3(h - 2R)^2}{4(3R - h)} + \frac{(3R(R - h) + h^2)(2R - h)(h - R)}{2(3R - h)(R^2 + (R - h)^2 - h^2/3)} \right].$$

Dans la dernière des versions proposées (fig. 9c) les sphères sont creuses. Les coefficients déterminant le diamètre d sont:

$$a = l - 2(R - \delta);$$

$$b = 0.33((l - 2(R - \delta))^3 - 3l^2(l - 2(R - \delta)) - 0.66\delta^3 - 8\delta(l/2 + C)^2 + 2\delta l^2);$$

$$c = -8((\delta(6Rh - 3\delta(R + h) + 2\delta^2) + (R + h)(2R - h)^2(C(C + l))/3 + A + B);$$

$$A = \frac{\delta}{30} ((20Rh^3 - 10h^2\delta(3R + h) + 20h\delta^3(R + h) - 5\delta^3(R + 3h) + 4\delta^4)) - \frac{\delta(12Rh^2 - 6h\delta(2R + h) + 4\delta^2(R + 2h) - 3\delta^3)^2}{48(6Rh - 3\delta(R + h) + 2\delta^2)}$$

$$+ \delta(20Rh^2(3R - h) - 10h\delta(6R^2 + 3Rh - h^2) + 20R\delta^2(R + 3h)) - 5\delta(\delta^3(5R + 3h) + 8\delta^4)/60;$$

$$B = \frac{(2R - h)^4}{80} \times \frac{8R(3h - R) + 3(2R - h)^3}{R + h} + (5R(3h - 2R) + 3(2R - h)^2) \times \frac{(2R - h)^3}{20};$$

$$C = h - \delta - \frac{12Rh^2 - 6h\delta(2R + h) + 4\delta^2(R + 2h) - 3\delta^3}{4(6Rh - 3\delta(R + h) + 2\delta^2)}$$

$$\times \left[1 - \frac{(2R - h)^2(R + h) + (2R - h)^3/4}{\delta(6Rh - 3\delta(R + h) + 2\delta^2)/3 + (2R - h)^2(R + h)} \right].$$

5. CONCLUSION

Le problème de la création de mécanismes complètement équilibrés, c'est-à-dire des mécanismes pour lesquels les forces d'inertie et le couple de forces d'inertie sont en équilibre, est compliqué. Habituellement tel équilibrage lié à une complication de la construction du mécanisme et à une augmentation des masses totales des éléments mobiles du mécanisme, est mal fondé. Les méthodes proposées, basées sur les propriétés du pantographe et parallélogramme, donnent la possibilité de réaliser de tel équilibrage avec un accroissement minimal des masses du mécanisme tout en assurant des caractéristiques dynamiques (couples moteur d'entrée, réactions dans les couples cinématiques etc.) plus optimales que les méthodes connues. Ils permettent leur utilisation par un grand nombre de techniciens sans grandes difficultés dans la solution des problèmes d'équilibrage des mécanismes à levier plans.

REFERENCES

1. Berkof, R. S., *Mech. Mach. Theory*, 1973, **8**, 397.
2. Berestov, L. B., *Mécanique des machines*, Moscou, 1977, 61.
3. Gao Feng, *Mech. Mach. Theory*, 1990, **23**(2), 183.
4. Ye, Z. and Smith, M. R., *Mech. Mach. Theory*, 1994, **29**(5), 701.
5. Begci, C., *ASME, Journal of Mechanical Design*, 1982, **104**(2), 482.
6. Artobolevski, I. I., *Théorie des mécanismes et des machines*. Naouka, Moscou, 1967, p. 720.
7. Kamenski, V. A., *Mechanisms*, 1968, **3**(4), 303.
8. Gheronimus, Ya. L., *Mechanisms*, 1968, **3**(4), 235.
9. Bessonov, A. P., *Dynamique des machines*, Moscou, 1969, 31.
10. Gappoev, T. T. and Tabuev, D. B., *Proc. 5th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*, Montreal, Canada, 1979, p. 1420.
11. Urba, A. L., *Travaux scientifiques de l'Académie des Sciences agricole de Lituanie*, 1980, **80** (3/28), 50.
12. Jacobi, P., *Wissenschaftliche Zeitschrift der technischen Hochschule, Karl-Marx-Stadt*, 1972, **1**(4), 45.
13. Dresin, H. and Schönfeld, S., *Mech. Mach. Theory*, 1976, **11**, 363.
14. Dresig, H. and Schönfeld, S., *Mech. Mach. Theory*, 1976, **11**, 371.
15. Porter, B. and Sandler, D., *Mechanisms*, 1973, 24.
16. Sadler, J. P. and Mayne, R. W., *3rd App. Mech. Conf.*, Okl. State Univ. 1973, **29**(7), 1.
17. Schönfeld, S., *Maschinenbautechnik*, 1974, **23**(3), 119.
18. Sadler, J. P., *Mech. Eng.*, 1975, **1**, 139.
19. Carson, W. L. and Stephens, J. M., *Mech. Mach. Theory*, 1978, **13**, 649.
20. Walker, M. J. and Oldham, K., *Mech. Mach. Theory*, 1978, **13**, 175.
21. Walker, M. J. and Oldham, K., *Mech. Mach. Theory*, 1979, **14**, 201.
22. Vatterott, K., *Maschinenbautechnik*, 1979, **28**(5), 216.
23. Haines, R. S., *Mech. Mach. Theory*, 1981, **16**(3), 185.
24. O'Leary, M. J. and Gatecliff, W. G., *SAE Techn. Pap. Ser.*, N 891767, 1989, 128.
25. Walker, M. J. and Hain, R. S., *Mech. Mach. Theory*, 1982, **17**(5), 327.
26. Tricamo, S. J. and Lowen, G. G., *Trans ASME*, 1983, **105**(3), 513.
27. Tricamo, S. J. and Lowen, G. G., *Trans. ASME*, 1983, **105**(3), 522.
28. Lowen, G. G., Tepper, F. R. and Berkof, R. S., *Mech. Mach. Theory*, 1983, **18**, 213.
29. Malcher, K., *Ausgleichsystem von Eingtache Konstruktion*, 1981, **33**(8), 317.
30. Kochev, I. S., *Mech. Mach. Theory*, 1992, **27**(3), 275.
31. Kochev, I. S., *Mech. Mach. Theory*, 1992, **27**(1), 59.
32. Zhang, S., *Mech. Mach. Theory*, 1994, **29**(6), 829.
33. Hilpert, H., *Mechanisms*, 1968, **3**(4), 289.

COMPLETE SHAKING FORCE AND SHAKING MOMENT BALANCING OF LINKAGES

Abstract—This paper deals with new methods suggested to realize a full dynamic balancing (shaking force and shaking moment balancing) of planar linkages by addition of articulated two-link groups to the mechanism to be balanced. The principles of construction of self-balanced mechanical systems which consist of two identical mechanisms executing similar but opposite movements are also considered here. The suggested methods are illustrated by numerous examples and accompanied by a comparative analysis.