

TD/TP - Introduction à la modélisation formelle (en B)

1 Exercice : révisions de Logique

Notation symbolique	notation ASCII (B)
$\exists xx.(xx \in T \wedge F(xx))$	<code>#xx.(xx:T & F(xx))</code>
$\forall xx.(xx \in T \wedge P(xx)) \Rightarrow Q(xx)$	<code>!xx.((xx:T & P(xx)) ==> (Q(xx)))</code>

Prédicats, quantificateurs existentiel et universel, définitions, assertions

Formaliser les énoncés suivant en logique

- Il y a un entier naturel plus grand que 2711.
- Il y a un entier naturel entre 3 et 314.
- Il y a un entier y dont l'entier x est le carré.
- Tous les entiers entre l'entier i et l'entier j sont positifs.
- Il y a une vache qui pèse plus de 800 kg.
- Les entiers ne sont pas des vaches.
- S'il pleut je prends mon ciré jaune.
- Chaque fois qu'il pleut je prends mon ciré jaune.
- La contraposé de *Chaque fois qu'il pleut je prends mon ciré jaune*
- La négation de *Chaque fois qu'il pleut je prends mon ciré jaune*.
- Il n'y a aucun entier premier entre les entiers i et k . (on suppose donné le prédicat $premier(x)$ qui exprime que x est premier)
- La température t doit toujours être entre 9 et 25.
- S'il fait jour la température t doit être entre 17 et 23 et s'il fait nuit la température doit être entre 16 et 19.
- Le pgcd de deux entiers a et b est un entier d qui divise a et qui divise b et qui est plus grand que tous les autres diviseurs communs à a et b .
- Deux nombres entiers a et b sont dits premiers entre eux (ou copremiers) lorsqu'ils n'admettent aucun diviseur commun, sinon l'unité (1). Par exemple 5 et 12.
- Il y a un étudiant inscrit à tous les modules.
- Tout enseignant encadre au moins un module.
- En mode pilotage automatique, la vitesse ne doit pas dépasser 60 km/h.
- Exprimez le triplet de HOARE pour une opération de calcul de la division de n par m .
- Dans un programme $(I_1; I_2; I_3)$ on veut vérifier que l'assertion R est vraie après chaque instruction. Donner la forme du triplet de HOARE après chaque instruction. Faites des hypothèses sur les préconditions.

2 Exercice : révisions de Logique + Théorie des ensembles

Rappels de notation :

$$x \in E \quad E \cup F \quad E \cap F \quad E \subset F \quad \{ \} \quad \emptyset$$
$$f : E \rightarrow F \quad r : E \leftrightarrow F$$

Formalisez les énoncés suivant en utilisant les ensembles et les relations.

1. Donnez en extension l'ensemble C des couleurs élémentaires.
2. Donnez en extension l'ensemble J des jours de la semaine.
3. Les entiers naturels sont des entiers relatifs mais pas l'inverse.
4. Combien d'éléments possède le produit cartésien $C \times J$?
5. Donnez en extension le produit cartésien $C \times J$?
6. Donnez en compréhension l'ensemble des numéros de processus dont le temps d'exécution a dépassé t secondes. Faites les abstractions nécessaires.
7. Définissez à l'aide du prédicat $P(x)$, l'ensemble E_P dont les éléments satisfont la propriété $P(x)$.
Donnez un exemple avec l'ensemble C dont les éléments sont des carrés d'entier.
8. Soient deux sous-ensembles E_P , et E_Q donnés en compréhension avec resp. $P(x)$ et $Q(x)$, dans un univers E . Comment peut-on exprimer si E_P et E_Q sont égaux ?
9. Soit N un ensemble d'entiers représentant des identifiants ; soit P un ensemble de processus. Exprimez en logique et/ou avec des relations (théorie des ensembles) - vous pouvez préciser les hypothèses si nécessaire :
 - (a) Chaque élément de P a un seul identifiant qui est dans N
 - (b) Un élément de P a un seul identifiant qui est dans N .
 - (c) Tout élément de P a un identifiant dans N .
 - (d) Les identifiants sont uniques pour les processus.
 - (e) Imaginez d'autres variantes, formalisez puis concluez.
10. Soient 3 ensembles : A un ensemble d'animaux ; C un ensemble énuméré avec les éléments herbivore, carnivore.
On définit une fonction $a : A \rightarrow C$ qui donne la catégorie d'un animal a de A .
Comment peut-on exprimer en se servant de la fonction a :
 - (a) Tous les animaux carnivores ?
 - (b) les animaux à la fois carnivores et herbivores ?Proposez une façon de modéliser le fait que :
 - (c) chaque catégorie a une propriété f donnée dans un ensemble P ; par exemple la forme des dents (canine ou incisive) : $P = \{plate, enbeche, courte, terne\}$.

1. Soit la classification des animaux donnée dans la figure Fig. 1
 Proposez une modélisation relationnelle permettant d'organiser des animaux, d'exprimer et d'utiliser leurs caractéristiques.

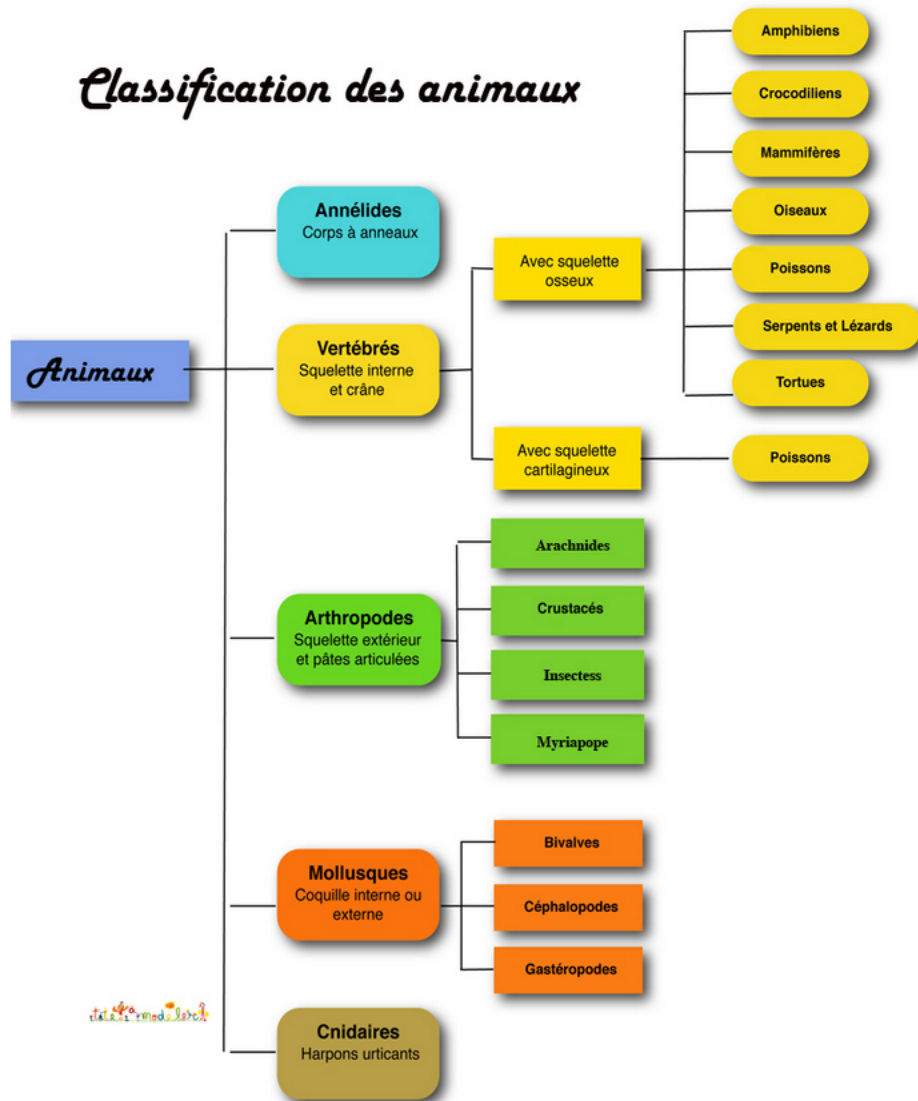


FIGURE 1 – Une classification des animaux (www.teteamodeler.com/ecologie/biologie/vivant)