

TD/TP - Introduction à la modélisation formelle (en B)

1 Exercice : révisions de Logique du premier ordre (FOL)

Proposition, prédicats, définitions, assertions

Formaliser les énoncés suivant en logique

1. (a) Il y a un entier naturel entre 3 et 314. (b) Il y a un entier y dont l'entier x est le carré.
2. Tous les entiers entre l'entier i et l'entier j sont positifs.
3. Il y a une vache qui pèse plus de 800 kg (explicitiez vos hypothèses sur les types/ensembles).
4. Les entiers ne sont pas des vaches.
5. S'il pleut je prends mon ciré jaune.
6. La contraposé de *Chaque fois qu'il pleut je prends mon ciré jaune*
7. La négation de *Chaque fois qu'il pleut je prends mon ciré jaune*.
8. Il n'y a aucun entier premier entre les entiers i et k . (on suppose donné le prédicat $premier(x)$ qui exprime que " x est premier")
9. La température t doit toujours être entre 9 et 25.
10. S'il fait jour la température t doit être entre 17 et 23 et s'il fait nuit la température doit être entre 16 et 19.
11. Le pgcd de deux entiers a et b est un entier d qui divise a et qui divise b et qui est plus grand que tous les autres diviseurs communs à a et b .
12. Deux nombres entiers a et b sont dits premiers entre eux (ou *coprimiers*) lorsqu'ils n'admettent aucun diviseur commun, sinon l'unité (1). Par exemple 5 et 12.
13. Il y a un drone affecté à chaque zone.
14. Toute zone dispose d'un drone.
15. Chaque zone dispose d'un drone qui n'est pas affecté à une autre zone.
16. En mode pilotage automatique, la vitesse ne doit pas dépasser 60 km/h.
17. En considérons T comme un "tableau" à n éléments (entiers relatifs, exprimer que T contient un entier et son opposé (ou inverse)).
18. Exprimez le triplet de HoARE pour une opération de calcul de la division de n par m .
19. Dans un programme $(I_1; I_2; I_3)$ on veut vérifier que l'assertion R est vraie après chaque instruction. Donner la forme du triplet de HoARE après chaque instruction. Faites des hypothèses sur les préconditions.

Notation symbolique	notation ASCII (pour la Méthode B)
$\exists xx.(xx \in T \wedge F(xx))$	<code>#xx.(xx:T & F(xx))</code>
$\forall xx.(xx \in T \wedge P(xx)) \Rightarrow Q(xx)$	<code>!xx.((xx:T & P(xx)) ==> (Q(xx)))</code>

2 Exercice : révisions de Logique + Théorie des ensembles

Rappels de notation :

$$\begin{array}{ccccccc} x \in E & E \cup F & E \cap F & E \subset F & E \setminus F & \mathcal{P}(E) & \{\} \quad \emptyset \\ & & r : E \leftrightarrow F & & f : E \rightarrow F & & \end{array}$$

Expression et formalisation d'énoncés.

1. Donnez en extension l'ensemble C des couleurs élémentaires.
2. Donnez en extension l'ensemble J des jours de la semaine.
3. Donnez le diagramme de Venn de C
4. Donnez en extension le produit cartésien $C \times J$?
5. Combien d'éléments possède le produit cartésien $C \times J$?
6. Combien d'éléments possède $\mathcal{P}(E)$? Calculer $\mathcal{P}(C)$
7. Définissez à l'aide du prédicat $P(x)$, l'ensemble E_P dont les éléments ont la propriété $P(x)$. Donnez un exemple avec l'ensemble C dont les éléments sont des carrés d'entier.
8. Donnez en compréhension l'ensemble des numéros de processus dont le temps d'exécution a dépassé t secondes. Faites les abstractions nécessaires.
9. Exprimer que les entiers naturels sont des entiers relatifs mais pas l'inverse.
10. Soient deux sous-ensembles E_P , et E_Q donnés en compréhension avec resp. $P(x)$ et $Q(x)$, dans un univers E . Comment peut-on exprimer que E_P et E_Q sont égaux, avec une notation ensembliste, puis avec des opérateurs logiques?
11. Soient P l'ensemble des processus dans un système d'exploitation et $Proc$ un sous-ensemble de P ; soit N un sous-ensemble des entiers, représentant des identifiants (de processus);
12. Donnez un diagramme sagittal exprimant une relation entre P et N
13. Exprimez en logique et/ou avec des relations (théorie des ensembles) - vous pouvez préciser les hypothèses si nécessaire :
 - (a) Chaque élément de P a un seul identifiant dans N
 - (b) Tous les éléments de P n'ont pas d'identifiant (dans N).
 - (c) Les identifiants sont uniques pour les processus.
 - (d) Tous les éléments de P sont images.
 - (e) L'identification des processus est une bijection entre P et N
14. Soient A un ensemble d'animaux; $C = \{herbivore, carnivore\}$ des familles et P un ensemble exprimant des propriétés : $P = \{plate, enbeche, courte, terne\}$.
On définit une fonction $cat : A \rightarrow C$ qui donne la catégorie de chaque animal de A .
Comment peut-on exprimer en se servant de la fonction cat :
 - (a) Tous les animaux carnivores?
 - (b) les animaux à la fois carnivores et herbivores?Proposez une façon de modéliser le fait que :
 - (c) chaque catégorie a une propriété f_d dans l'ensemble P ; des formes de dents (canine ou incisive).

3 Exercice de modélisation

1. Soit la classification des animaux donnée dans la figure Fig. 1
Proposez une modélisation relationnelle permettant d'organiser des animaux, d'exprimer et d'utiliser leurs caractéristiques.

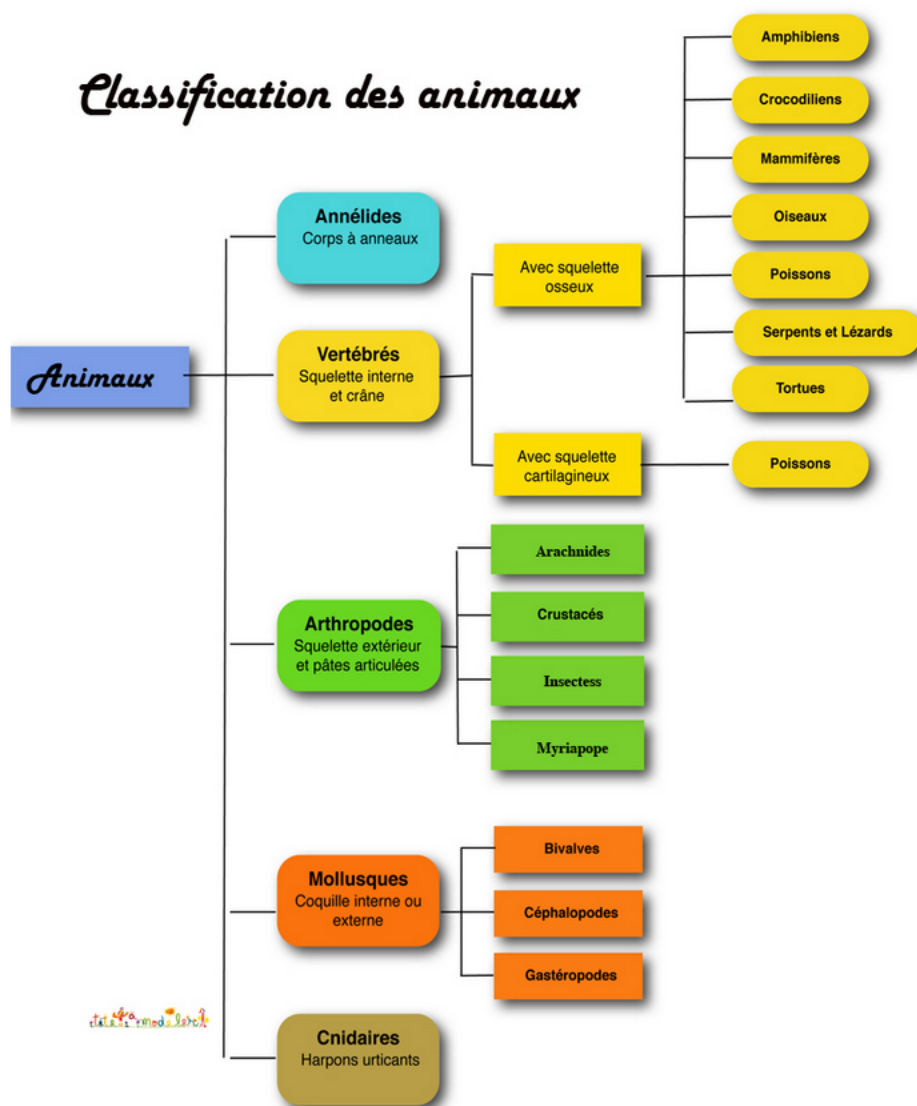


FIGURE 1 – Une classification des animaux (www.teteamodeler.com/ecologie/biologie/vivant)